

# 鉄道総研報告

第40巻 第2号

2026年2月

## 論文

- 車両 トンネル内における貨物コンテナの内圧予測モデル ..... 齋藤実俊 (1)
- 車両 施設 ディスクロメータを用いた新雪密度の推定手法 ..... 高見和弥 (12)
- 施設 要素実験を用いたシールドトンネルの継手部モデルの構築と構造解析への適用 ..... 木下果穂, 牛田貴士, 野城一栄, 細田暁 (19)
- 施設 2台車検測車で計測された軌道変位に基づく複数連橋りょう群の桁たわみ推定法 ..... 服部紘司, 松岡弘大, 田中博文 (31)
- 運転 災害復旧段階における乗務員運用計画の自動作成手法 ..... 加藤怜, 今泉淳, 中東太一 (42)
- 運転 A/B テストによるイールドマネジメントの効果検証方法 ..... 松本涼佑 (52)





# トンネル内における貨物コンテナの内圧予測モデル

斎藤 実俊\*

Pressure Tightness Model for Freight Containers Passing in Tunnel

Sanetoshi SAITO

In mixed traffic, high-speed and conventional trains share the same tracks. This exacerbates the problem of aerodynamic loads due to pressure variations in the tunnel on conventional trains when they pass high-speed trains in a tunnel. In particular, freight cars, such as containers and wagons, may be damaged by these loads, as their structural strength is lower than that of passenger trains. To predict the aerodynamic loads, it is necessary to estimate not only the external pressure (i.e., the pressure in the tunnel) but also the internal pressure. This study involved conducting an experiment using a train model launcher to measure the pressure inside and outside a model freight container. The pressure tightness model proposed in previous studies was validated quantitatively using experimental results. It was also confirmed that the pressure tightness model which takes into account the influence of the elastic deformation of vehicle bodies is suitable for predicting the internal pressure in vehicles with low rigidity, such as freight cars.

キーワード：気密，トンネル内圧力変動，高速列車，コンテナ，貨物，共用走行

## 1. はじめに

北海道新幹線の一部区間では新幹線と貨物列車が共用走行しており、青函トンネルなどのトンネル内で両者がすれ違う可能性がある。高速で走行する新幹線によってトンネル内に生じた圧力変動（トンネル内圧力変動）は同一トンネルを走行する貨物列車（コンテナ）に作用し、その圧力変動に応じてコンテナ内部の圧力（内圧）も変化する。在来線車両や貨物コンテナなどの非気密車両の場合、内圧変動は気密度に応じて変化し、一般に外圧変動より振幅が小さく時間的な遅れが生じる。その結果、非気密車両の車体やコンテナには内外差圧による変動荷重が作用することになり、これらの強度設計のためには外圧（トンネル内圧力変動）だけでなく内圧を予測する必要がある。

これまで高速列車の車両構体に作用する変動荷重算出のために多くの研究がなされており、車両の内圧を予測するための気密モデルとして等価開口面積モデル<sup>1)</sup>や動的気密係数モデル<sup>2)</sup>、さらには構体の変形を考慮したモデル<sup>3)</sup>など、いくつかのモデルが提案されている。車両構体に比べて剛性が低く、容積の小さいコンテナのような箱状構造物の場合には構体変形による内圧変化の影響が大きくなり、変形を考慮したモデルが有効になると考えられる。しかしながら、このモデルの妥当性を検証した事例としては剛性が高く構体変形の小さい高速鉄道の高気密度車両による現地試験結果<sup>4)</sup>を使用したもののみであり、コンテナなどの低剛性の箱状構造物に対する検証としては十分ではない。そこで本研究では、コンテナと力学的に相似な模型を用いて発射装置による模型実験を行い、トンネル内とコンテナ模型内の圧力およびコンテナ模型構成板の振動加速度を測定し、その結果を用いて、コンテナのように剛性が低い箱状構造物に適応する気密モデルについて検討した。

\* 環境工学研究部

## 2. 気密モデル

高速鉄道車両など高剛性の車両構体の内圧を予測するために提案された気密モデルを以下に示す。

$$\frac{dp_{in}(t)}{dt} = \text{sgn}(\Delta p(t)) \frac{SP_{in}(0)}{V} \sqrt{\frac{2|\Delta p(t)|}{\rho}} \quad (\text{等価開口面積モデル})^1) \quad (1)$$

$$\frac{dp_{in}(t)}{dt} = \frac{1}{\tau_{dyn}} \Delta p(t) \quad (\text{動的気密係数モデル})^5) \quad (2)$$

ここで、 $P$ ：絶対圧、 $p$ ：圧力（ゲージ圧）、 $S$ ：等価開口面積、 $V$ ：車両構体の内容積、 $\rho$ ：空気密度、 $\Delta p(t) = p_{ext}(t) - p_{in}(t)$ 、 $\tau_{dyn}$ ：動的気密係数で、 $x > 0$  のとき  $\text{sgn}(x) = 1$ 、 $x < 0$  のとき  $\text{sgn}(x) = -1$ 、 $x = 0$  のとき  $\text{sgn}(x) = 0$  である。また、添え字の ext は構体の外側を、in は内側を示す。式(1), (2)はいずれも構体の隙間（以下、開口部）を出入りする空気の流れによって内圧が変化することを表しており、本質的には両者は同様のモデルである。その後、以下に示す構体変形を考慮した気密モデルが提案された<sup>3)</sup>。

$$\frac{dp_{in}(t)}{dt} = \frac{k}{1+k} \frac{dp_{ext}(t)}{dt} + \text{sgn}(\Delta p(t)) \frac{c^2 S}{V(1+k)} \sqrt{2\rho|\Delta p(t)|} \quad (3)$$

ここで、 $k$ ：剛性を表す定数（以下、剛性係数）で、 $dp_{in}(t)/dt \equiv k \cdot d\Delta p(t)/dt$ 、 $c$ ：音速である。式(3)の右辺第1項が構体の変形による体積変化に起因する内圧変化、第2項が内外差圧によって開口部に生じる流れによる内圧変化を表している。式(3)右辺第2項では内圧変化において断熱過程を仮定しているが、日本では式(1)に示されるように等温過程のモデルが長く用いられてきている。そこで式(3)右辺第2項を等温過程モデルに変更した以下に示す式(4)を本研究での検討対象とする。

$$\frac{dp_{in}(t)}{dt} = \frac{k}{1+k} \frac{dp_{ext}(t)}{dt} + \text{sgn}(\Delta p(t)) \frac{SP_{in}(0)}{V(1+k)} \sqrt{\frac{2|\Delta p(t)|}{\rho}} \quad (4)$$

## 3. 模型実験

### 3.1 実験諸元

トンネル内に設置したコンテナ模型内外に作用する圧力変動を測定するために、列車模型発射装置<sup>6)</sup>による模型実験を行った。実験の状況およびコンテナ模型の写真を図1に、測定点を図2に、模型の主要諸元を表1に示す。トンネル模型は全長14.7m、内径0.2mのアクリルパイプである。全長はコンテナ模型の設置位置において、列車模型がトンネルに突入したときに発生しトンネル出口で反射した圧力波と、通過中の列車模型によって生じる圧力変動が重畠しないように決定した。高速列車を模擬した列車模型（全長1m、直徑0.0614m）はピアノ線にガイドされ、トンネル内を速度290km/hで通過する。コンテナ模型（図1右）の設置位置はトンネル入口から2.29m地点であり、図2のとおり、前後2カ所の支持棒で支え、かつ、片側の上下角部をトンネル壁面に接触するように設置することで固定されている（静止状態）。高速列車と貨物列車のすれ違いを模擬するためにはコンテナ模型も走行させる必要があるが、本研究の目的はコンテナ模型に作用する圧力変動を実際のすれ違い状況と等価にすることであり、必ずしもコンテナ模型を走行させる必要はない。

コンテナ模型は代表的なコンテナである31ftコンテナ（全長9.25m、幅2.35m、高さ2.21m）を模擬し、

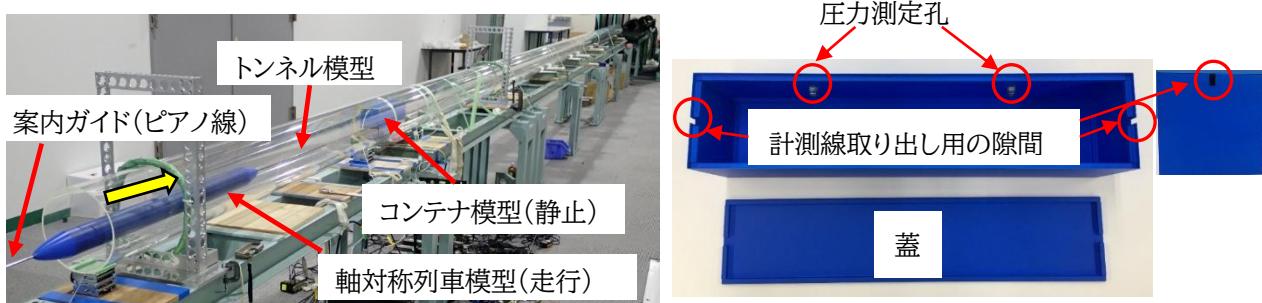


図1 発射装置による模型実験（左）とコンテナ模型（右）

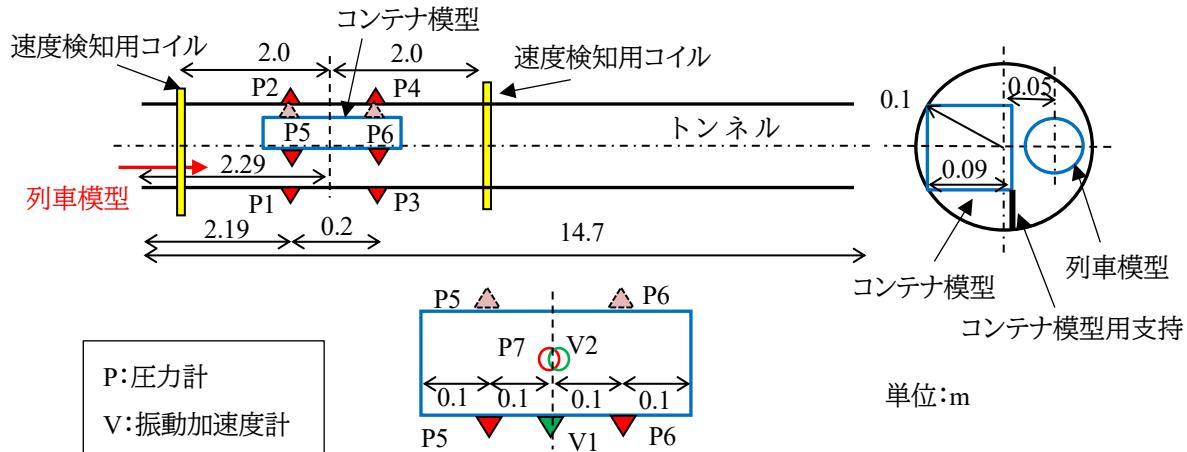


図2 模型と計測点の配置図

表1 模型の主要諸元

トンネル模型	断面積, $A_{\text{tun}}$	0.0314 m <sup>2</sup>	列車模型	断面積, $A_t$	0.00296 m <sup>2</sup>
	内径, $d_{\text{tun}}$	0.20 m		直径, $d_t$	0.0614 m
	長さ, $l_{\text{tun}}$	14.7 m		長さ, $l_{\text{tra}}$	1.0 m
コンテナ模型	断面積, $A_c$	0.0081 m <sup>2</sup>		先頭部長さ, $l_n$	0.103 m
	幅×高さ, $w \times h$	0.09 × 0.09 m		先頭部形状	回転楕円
	長さ, $l_c$	0.4 m		速度, $U$	290 km/h
	トンネルとの 断面積比, $R_c$	0.26		トンネルとの 断面積比, $R_t$	0.094

全長 0.4m, 幅 0.09m, 高さ 0.09m, 板厚 0.5mm の鋼板で構成されている。断面積で換算すると縮尺 1/25 に相当する。コンテナ模型上部は蓋になっており、内部に設置したセンサーからの計測線を取り出すための隙間を妻面上部に設けている（計測線を通した後、隙間を粘土にて密閉）。側面には圧力測定用の孔が 2カ所あり、反対側の側面には気密度を調整するための微小な開口部が 4 個（直径 3, 4, 5, 7mm）設けられており、テープで塞ぐことによって開口面積を変更できる。

図2 のように、トンネル内の圧力 4 点（P1～P4, 中央高さ）、コンテナ外圧 2 点（P5, P6）、内圧 1 点（P7）を測定するための圧力計（Kulite XCS-190-5G）と、コンテナ変位を算出するための振動加速度計（RION PV-91C）2 点（コンテナ模型内側の列車通過側面 V1, 上面蓋 V2）を設置した。コンテナ外圧測定点（P5, P6）は試番によって列車模型通過側とトンネル壁面側に変更して実験を行った（表 2 参照）。列車模型速

度は、通過する列車模型内部の磁石によって、コンテナ模型の前後に4m間隔で設置した速度検知用コイルに誘起される電圧の時間差から求めた。測定したデータはサンプリング周波数 100kHz でデータロガー (Graphtec GL7000) に収録し、解析時には 2kHz のローパスフィルタによって高周波成分を除去した。

トンネル内圧力変動に関する相似則は列車のマッハ数と列車・トンネル断面積比である<sup>7)</sup>。列車模型の速度は実際の新幹線レベルの 290km/h であるが、列車模型のトンネルとの断面積比は 0.094 と実際の断面積比 0.17<sup>8)</sup>より小さく、コンテナ模型のトンネル断面積比は 0.26 と実際の値 0.10<sup>9)</sup>より大きい。コンテナ模型は内圧を測定するセンサー類設置のスペース確保のために実際より大きくしており、また、列車模型はコンテナ模型と接触しないよう十分な離隔を確保する必要性から実際より小さくした結果である。しかしながら、本実験の目的はコンテナ模型に作用する外圧および変形量を再現することであり、発生する圧力波形が実際の波形と等価であればよい。コンテナ模型強度に関する相似性については 3.2 節で、圧力波形の等価性については 4.1 節で述べる。

### 3.2 コンテナ模型の相似性

コンテナ模型の剛性は内外圧差による変形量が実際のコンテナと等価になる必要がある。変動荷重に対する変形量を等価にするためには慣性力と弾性力を相似にする必要があるが、模型の材質が実物と同じ場合には幾何学的に相似にすることで、両者の相似性を保つことができる。そこで、今回の模型には実際のコンテナで使用されている鋼板と同程度の密度  $\rho$  とヤング率  $E$  を有する冷間圧延鋼板を使用した。

実際のコンテナの外板には 2mm 厚の鋼板が使用されるが、補強リブや内壁（木製の板材）などがあるため、全体の剛性（等価剛性）は単純な 2mm 厚の鋼板より高いと考えられる。そこで、過去の実験事例をもとに実コンテナの等価剛性を概算し、コンテナ模型の相似性を調べた。等分布荷重を受ける長方形平板の中心の変位量は以下の式で示される<sup>10)</sup>。

$$w_{\max} = \beta \frac{q l^4}{E t_h^3} \quad (5)$$

ここで、 $w_{\max}$ ：平板中心の変位、 $q$ ：等分布荷重（単位面積当たりの荷重）、 $l$ ：平板の短辺長さ、 $E$ ：ヤング率（鋼板  $E=210\text{GPa}^{10)}$ ）、 $t_h$ ：板厚、 $\beta$ ：短辺と長辺の比と板周囲の境界条件で決まる定数である。40ft コンテナの側壁（長さ 12m、高さ 2.6m）に 160kN の等分布荷重を負荷したときの、側壁中心の変位量が 78.8mm となる結果が報告されている<sup>11)</sup>。長辺 12m、短辺 2.6m の平板の場合、係数  $\beta$  は周辺支持の場合 0.14、周辺固定の場合 0.028 であり<sup>10)</sup>、それぞれの  $\beta$  について式(5)を用いて板厚（等価板厚）を求める 12.8mm と 7.5mm となる。箱状のコンテナにおける側壁の境界条件を考えると変位量は周辺支持と周辺固定の間になると推定される。今回コンテナ模型に使用した鋼板の板厚は 0.5mm、コンテナ模型の縮尺が 1/25 であることから板厚は実寸で 12.5mm 相当となり、概ね等価板厚と等しく、相似則を満たしていると考えられる。

### 3.3 実験条件

コンテナ模型の気密度をパラメータとした実験条件を表 2 に示す。コンテナ模型側面に設けた 4 個の開口部（直径 3, 4, 5, 7mm）の一部または全部をビニールテープで閉鎖することで開口面積を調整した。側面開口部は列車模型の通過する側と反対側（トンネル壁面側）に位置するようコンテナ模型を設置したが、実験 7, 8 のみ列車模型通過側である。

表2 実験条件

実験番号	開口面積 $S_M$ (mm <sup>2</sup> )	開口部の直径 $d$ (mm)	開口部の位置	P5, P6 の位置
1	0.0	開口部なし	トンネル 壁面側	列車模型 通過側 (トンネル中心側)
2	7.07	3.0		
3	19.6	5.0		
4	38.5	7.0		
5	39.3	3.0, 4.0, and 5.0		
6	70.7	4.0, 5.0, and 7.0		
7	19.6	5.0	列車模型 通過側(トンネル中心側)	トンネル 壁面側
8	70.7	4.0, 5.0, and 7.0		

## 4. 実験結果

### 4.1 コンテナ外圧（トンネル内圧力）波形

コンテナ模型に作用するトンネル内圧力変動波形の代表例として、実験6,8の結果を併せて図3に示す。P5, P6は実験6では列車模型通過側、実験8ではトンネル壁面側になる。また、トンネル内の圧力（P1～P4）の波形は両実験でほぼ同じ波形であったので実験8の波形を示している。

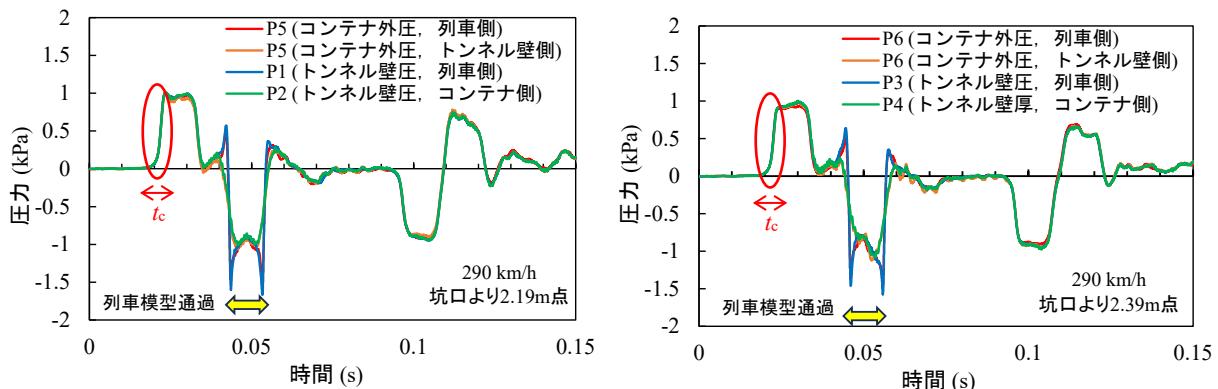
トンネル内の圧力は列車のトンネル突入によって発生した圧力波（圧縮波、膨張波）の往復および列車通過に伴う圧力変動によって大きく変化する。図3より、圧力変動波形はそれぞれの断面において列車通過中を除き同じ波形となっている。圧力波はほぼ平面波とみなすことができるためトンネル断面内で一様であるのに対し、列車通過に伴う圧力変動は列車からの距離に依存するためである。

次に本実験によって得られたコンテナ外圧波形が実際の新幹線と貨物列車のすれ違い状況を再現しているか検証する。図3より、列車先頭部突入によって発生した圧縮波（t=0.02s付近、図3の赤丸）による圧力上昇量  $p_c$  は約 1kPa、その波面の時間幅  $t_c$  は約 6ms であった。これらは以下に示す理論式によって計算できる<sup>12)13)</sup>。

$$p_c = \frac{1 - (1 - R_t)^2}{(1 - M_t)\{M_t + (1 - R_t)^2\}} \frac{1}{2} \rho U^2 \quad (6)$$

$$t_c = \frac{\sqrt{A}}{U} \quad (7)$$

ここで、 $R_t$ ：列車・トンネル断面積比、 $M_t$ ：列車のマッハ数=  $U/c$ 、 $U$ ：列車速度、 $c$ ：音速、 $A$ ：トンネル断面積である。式(6)より、新幹線の列車・トンネル断面積比  $R_t=0.17$  を用いると、 $p_c=1kPa$  のときの新幹線の速度は  $U=220km/h$  に相当する。さらに、式(7)より、 $U=220km/h$  における圧縮波の波面時間幅は  $t_c=0.18s$  程度、波面幅は  $l_w=63m$  程度となる。貨物列車の速度を  $105km/h=29m/s$  と仮定すると、波面幅  $l_w=63m$  の圧縮波とすれ違う場合にコンテナで測定される波面の時間幅は  $t_c=l_w/(c+U_{con})=0.17s$ 、模型寸法に換算すると 6.8ms であり、実験結果の 6ms より約 13%長い程度である。よって、今回の圧縮波の波形は実際の貨物列車のコンテナで測定される波形と大きな差はなく、実現象を概ね再現していると考えられる。

図3 トンネル内圧力変動の測定波形（開口部  $d=4+5+7\text{mm}$ , 実験 6, 8）

## 4.2 コンテナ内圧測定結果

### 4.2.1 開口面積の影響

図4に開口面積を変化させたときのコンテナ外圧と内圧の測定結果を示す。当然であるが、コンテナ外圧は開口面積によらずほぼ同じであることが確認できる。図4より、コンテナ内圧(P7)は外圧変動(P5,6)にしたがって変化しており、その変化には急激な変化( $t=0.02, 0.045\text{s}$ など、図4右下図の赤矢印箇所)とゆるやかな変化( $t=0.024-0.030, 0.045-0.055\text{s}$ など、図4右下図の赤丸箇所)がある。前者は式(3)(4)の右辺第1項で示されるコンテナの変形に伴う変化、後者は式(3)(4)の右辺第2項で示される開口部を介した空気の流出入による変化である。よって、開口部のない実験1の内圧波形には急激な変化のみ観測されている。また、実験3, 4, 6の内圧波形を比較すると、急激な変化はほぼ同じであるのに対し、ゆるやかな変化は開口面積が大きくなるほど変化の傾きが急に（圧力の時間変化率が大きく）なっている。これは開口面積が

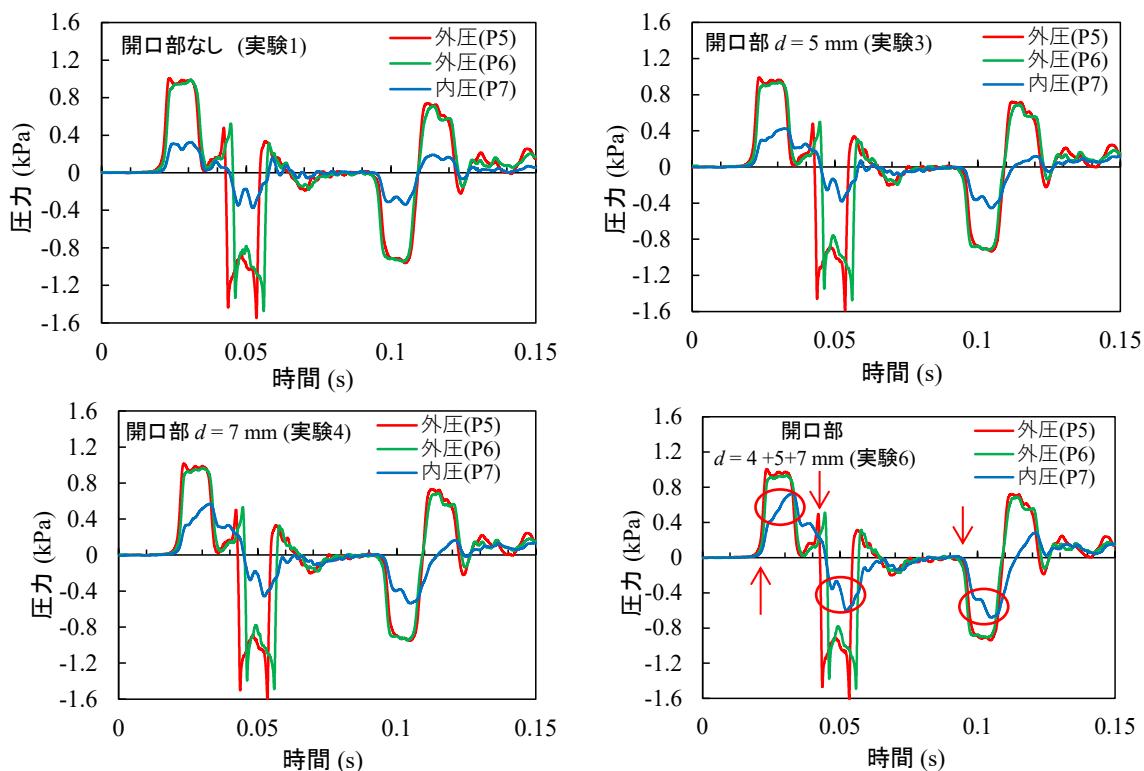


図4 コンテナ内外圧の測定波形（開口面積の影響）

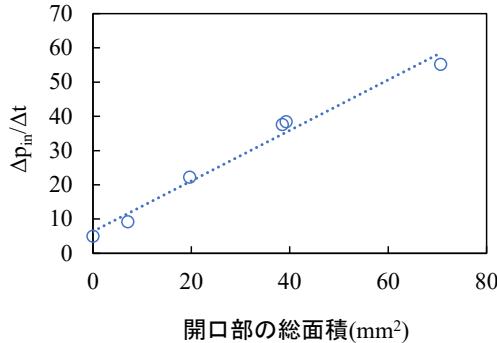


図 5 コンテナ内圧の変化率と開口面積の関係

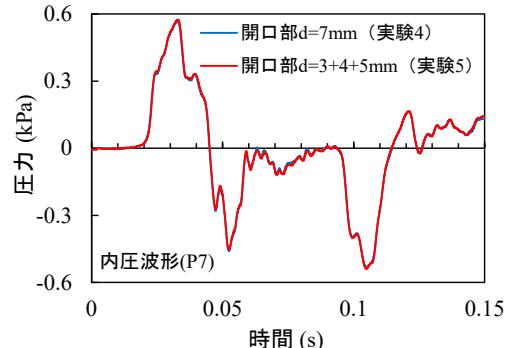


図 6 内圧波形に対する開口部数の影響

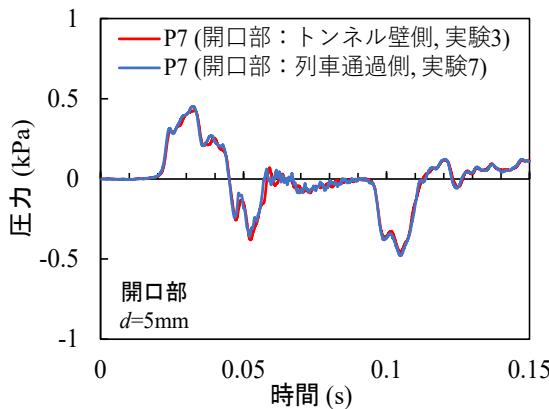
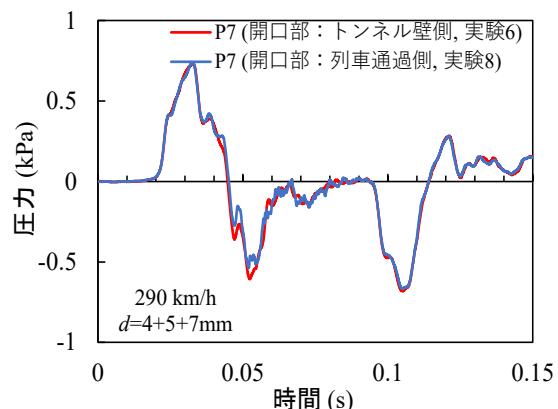


図 7 内圧波形に対する開口部位置の影響



大きいほど流入する空気の質量流量が増加するためである。図 5 に実験 1~6 における  $t = 0.024\text{--}0.030\text{s}$  間のゆるやかな変化の圧力変化率  $\Delta p_{in}/\Delta t$  と開口面積の関係を示す。両者は線形関係にあることがわかる。また、切片が 0 ではなく、開口面積が  $0\text{mm}^2$  においても内圧が変化しているが、これは、粘土による密閉措置を実施したものの、コンテナ模型妻面上部に設けた計測線用の隙間からの漏れがあったためと推定される。

#### 4.2.2 開口部の位置と数の影響

実際の車両やコンテナには接合部やドア、窓など多数の隙間がさまざまな箇所に存在するが、今回の実験条件では 1 個または 3 個の開口部がコンテナ模型の同一側面に配置されている（表 2）。本節では開口部の数と設置位置の影響について調べる。

実験 4 と実験 5 は開口面積がほぼ同じで開口部数が異なる。両条件の内圧測定結果の比較を図 6 に示す。両条件の波形はほぼ一致しており、内圧波形に対する開口部数の差異は無視でき、内圧変動は全開口面積によって決まることがわかる。ただし、孔径を代表長さとしたレイノルズ数が大きく異なる場合、たとえば、非常に微小な多数の隙間の場合、同じ面積の単一の開口部の内圧波形とは異なる可能性があり、注意が必要である。

他の実験と異なり開口部がトンネル壁面側に対向している実験 7 と実験 8 の結果を、同じ開口面積で列車通過側に対向している実験 3, 6 の結果と比較したものを図 7 に示す。両条件の内圧波形は列車通過中も含めほぼ一致しており、開口部の位置が内圧に与える影響はほとんどないといえる。

#### 4.2.3 コンテナ模型の変形量

コンテナ模型の上面板、側面板の中央点で測定した振動加速度から数値積分によって求めた変位量と内外差圧（外圧 - 内圧）の波形を図 8 に示す。図 8 において、変位の正はコンテナ模型の内側方向の変位を示す。また、外圧についてはコンテナ模型の 4 点（P5, P6 のトンネル壁面側、列車模型通過側）で測定し

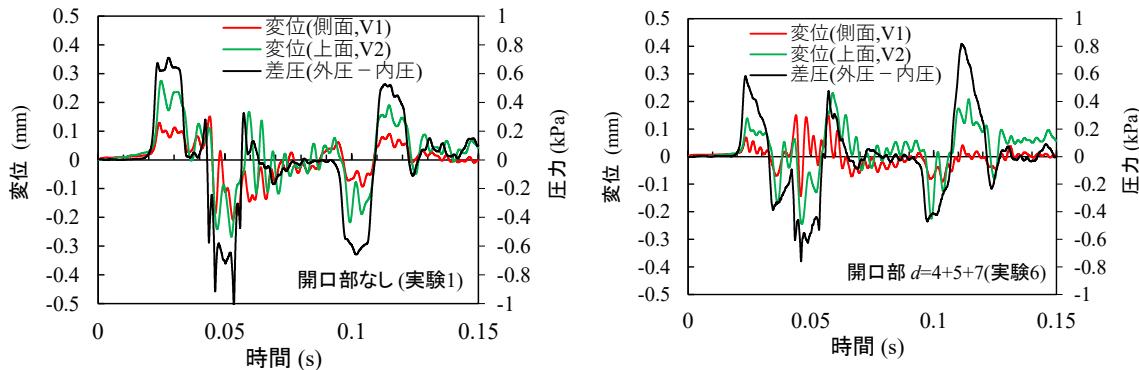
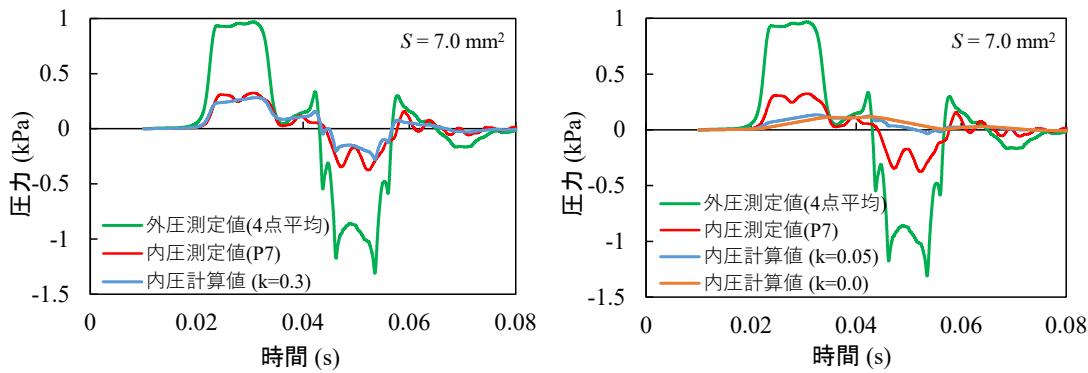


図8 変位と内外差圧（外圧-内圧）

(a) 実験1による計算パラメータ  $S$  と  $k$  の同定(b) 剛性係数  $k$  の影響図9 実験1による計算パラメータ  $S$  と  $k$  の同定

た平均値を用いた。図8より、変位は内外差圧波形と概ね同期して変化しており、内外差圧による荷重によってコンテナ模型が弾性変形していることがわかる。上面V2の変位は側面V1の変位の2倍程度となっているが、これは側面板の3辺が接着によって固定されているのに対し、上面の蓋は周囲をビニールテープで固定されており、変形しやすかったものと推察される。なお、列車模型通過中( $t=0.045-0.055s$ )の両者の変位はほぼ一致しているが、これは列車が側面板近傍を通過しているために側面板に作用する圧力の方が蓋に作用する圧力より大きく、その結果、側面板の変位量が増えたためと考えられる。

## 5. 気密モデルの適用

コンテナのように剛性の低い箱状構造物に適応する気密モデルを検討するため、模型実験で得られた外圧測定波形を入力値として気密モデル（式(4)）を使用して内圧を計算し、内圧測定結果と比較を行った。入力として用いた外圧波形は4.2.3節で差圧を求めた際と同様、4点における測定結果の平均値である。

まず、開口部のない実験1の内圧測定結果と比較することで、計算パラメータ  $S$  と  $k$  を同定した結果を図9(a)に示す。前述のとおり、等価開口面積  $S$  はゆるやかな内圧変化( $t=0.024-0.030, 0.045-0.055s$ など)に、剛性係数  $k$  は急激な変化( $t=0.02, 0.045s$ など)に影響を与える。そこで、前者は  $t=0.024-0.030s$  の内圧測定波形に、後者は  $t=0.02s$  の内圧波形に計算結果が一致するようにパラメータを同定した。その結果、図9(a)に示したとおり、 $S=7.0\text{mm}^2$ 、 $k=0.3$  で計算結果は測定結果と良く一致した。実験1は開口部がないにもかかわらず、同定した等価開口面積  $S$  は  $7.0\text{mm}^2$  となったが、これは4.2.1節でも述べたとおり、コンテナ模型妻面上部に設けた計測線用の隙間等の影響と考えられる。また、構体変形の影響を表す剛性係数  $k$  は0.3であり、既往研究で示されている高速鉄道用車両の数値（たとえば文献4）では  $k=0.05$  より一桁大きい

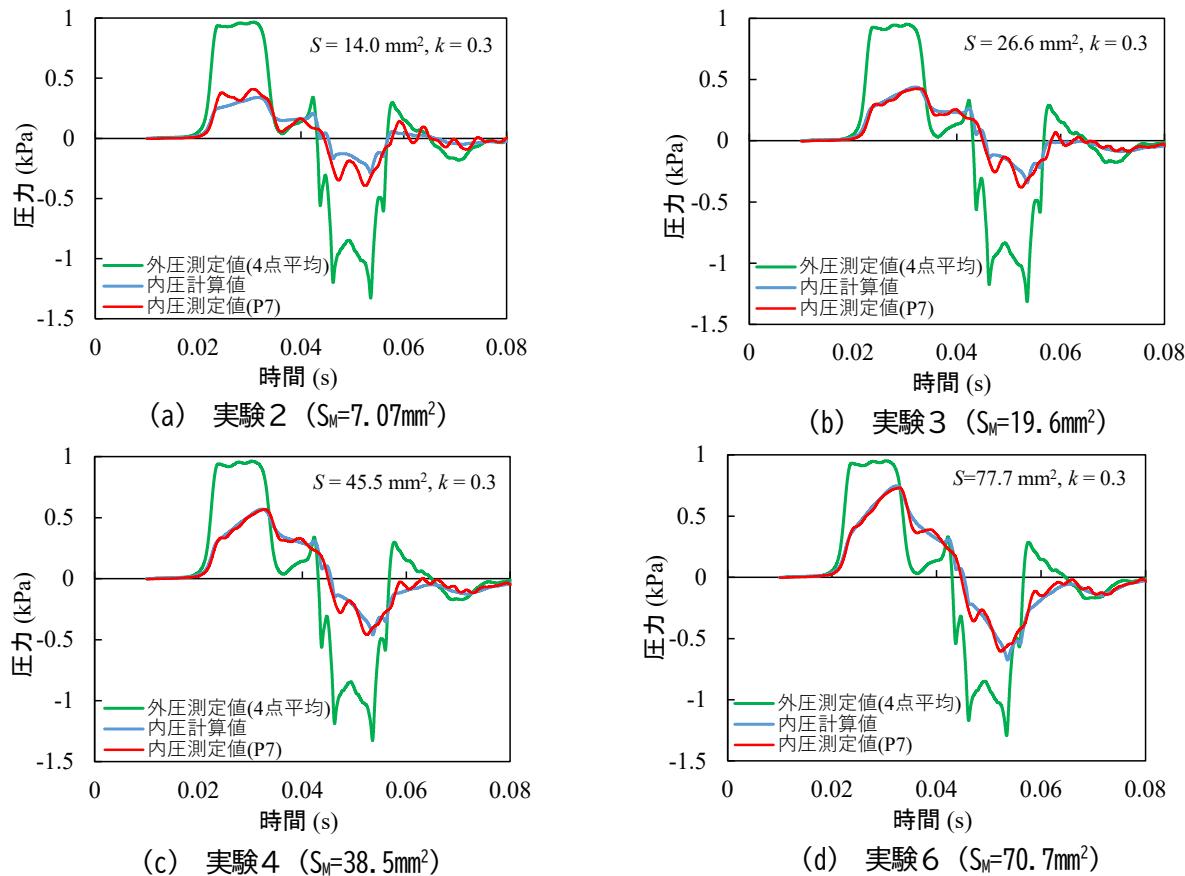


図 10 実験結果と計算結果の比較（開口面積の影響）

値となった。比較のため、 $k=0.05$  による計算結果と、構体変形を考慮しない気密モデル（ $k=0$ 、式(1)に相当）による計算結果を図 9(b)に示す。変形を考慮しない気密モデルの計算結果は測定結果と大きく異なっており、コンテナのような剛性の低い構造物の内圧を正確に予測できないことがわかる。また、 $k=0.05$  の結果は  $k=0$  の場合とほぼ同じであり、高速鉄道車両の車内圧予測については従来の構体変形を考慮しない気密モデル（式(1)）でも可能であると考えられる。

開口部なし条件の実験結果から同定した等価開口面積  $7.0\text{mm}^2$  を開口部以外の隙間面積  $S_0$  に相当すると仮定し、開口部の面積を変化させた場合について実験結果と計算結果を比較する。比較結果を図 10 に示す。ここで、計算に使用した等価開口面積  $S$  は実験条件の開口面積  $S_M$  に  $S_0$  を加えた値である。図 10 より、いずれの条件でも内圧の計算結果は実験結果と良く一致しており、気密モデルは実際の開口面積の影響を正確に反映していること、剛性係数  $k$  は開口面積にかかわらず一定であることが確認できる。

つぎに、同定した剛性係数  $k=0.3$  の妥当性について検証する。車体やコンテナを箱形の薄板構造物と仮定すると、等分布荷重が外表面に作用した場合の変位量が微小であれば体積変化量は荷重に比例し、

$$dV = a \cdot d\Delta p(t) \quad (8)$$

と表すことができる。ここで、 $a$ ：比例係数である。気体の状態方程式から以下の関係が得られる。

$$dp_{in}(t) = -a \frac{P_{in}(0)}{V} d\Delta p(t) \quad (9)$$

剛性係数の定義式（2章参照）より、 $k$  は以下のように求まる。

$$k = -a \frac{P_{in}(0)}{V} \quad (10)$$

よって、内外差圧の変化量と体積変化量の比  $a$  から剛性係数  $k$  を見積もることができる。図 8 左図より、圧縮波がコンテナ模型を通過している  $t=0.024\text{--}0.030\text{s}$  間の変位量は、側面で約 0.1mm、上面で約 0.2mm である。これらは振動加速度測定位置である平板中央の変位量であることから、平板全体の平均変位量をこれらの数値の 1/2 と仮定する。また、測定していない他の平板は側面と同程度の変位量と仮定すると、体積変化量は  $-9.8 \times 10^{-6}\text{m}^3$  程度となる。なお、妻面は側面に比べて長辺/短辺が小さいことから変位量も小さいと考えられるが、式(5)から概算すると体積変化量の差はたかだか 6%程度と推定され影響は大きくないと考えられる。このときの内外差圧は図 8 左図より  $d\Delta p=650\text{Pa}$  程度であることから、式(8)より  $a=-1.5 \times 10^{-8}$  となる。よって、式(10)より、剛性係数  $k=0.47$  が求まる。簡易な計算による概算値であるが、実験結果で同定した値  $k=0.3$  に近い数値であり、式(4)による気密モデルは実際の剛性を反映していると考えられる。参考として、 $k=0.47$  による内圧の計算結果を図 11 に示す。 $k=0.47$  による内圧計算値は  $k=0.3$  の場合とほぼ同じであり両者の差が内圧の計算結果に与える影響は小さいといえる。このことは、構体の剛性を把握することができれば、剛性係数  $k$  を見積もることが可能であることを示唆している。

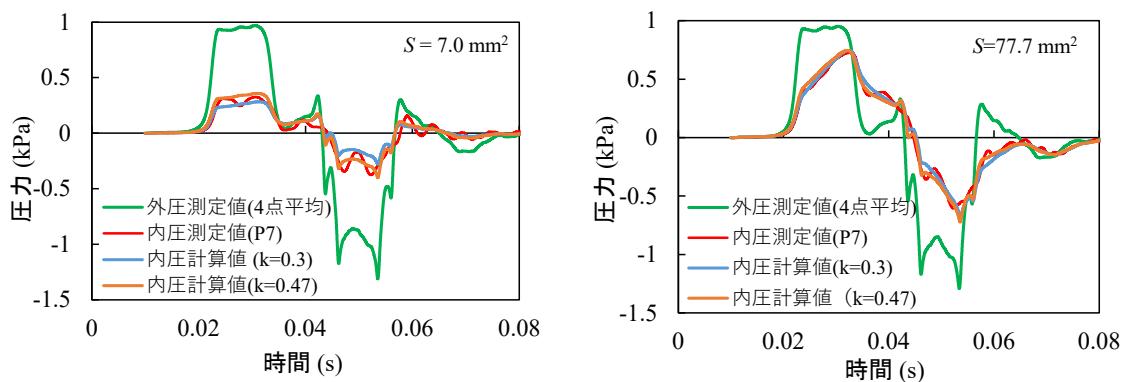


図 11 変位量から推定した剛性係数による内圧の計算結果

## 6. まとめ

貨物用コンテナのように剛性の低い箱状構造物の外側に圧力変動が作用したときに内部に発生する圧力変動を予測する気密モデルについて、実コンテナと力学的に相似な模型を用いた実験により検討した。結果を以下にまとめる。

- ①コンテナのような剛性の低い箱状構造物に対しては、開口部の等価開口面積と弾性変形に伴う体積変化の影響を考慮した気密モデルを適用する必要があることが確認された。
- ②計算に必要なパラメータである開口面積と剛性係数は実際の開口面積、剛性を反映しており、構造物の材質、寸法から推定可能である。ただし、実機では特に開口面積の正確な推定は困難であり、実際には実機による気密試験、走行試験などによって推定する必要がある。
- ③内圧に対する開口部の数や位置の影響は小さく、総開口面積に依存することが模型実験により確認された。ただし、非常に微小な孔などレイノルズ数が大きく異なる場合には総開口面積が同じでも単一開口部とは状況が異なる可能性があることに注意が必要である。

本研究ではトンネル内を通過する貨物コンテナを対象としたが、得られた知見はトンネル内に設置されている機器箱のような箱状構造物にも適用可能である。

## 文 献

- 1) 日本国有鉄道 鉄道技術研究所：高速鉄道の研究, pp.374-377, 1967
- 2) International Union Railway, "Determination of railway tunnel cross-sectional areas on the basis of aerodynamic considerations," UIC CODE 779-11. Appendix F. p.24. 2005.
- 3) M., Sima, "New unifying procedure for working with pressure tightness of rail passenger vehicles," Aerodynamics and Ventilation of Vehicle Tunnels, pp.743-757, 2003.
- 4) M., Sima, L., Barbone, G., Galeazzo, P. Golz, "Dynamic Pressure Tightness of Very High Speed Train ETR1000/V300ZEFIRO," Proceeding of 11<sup>th</sup> World Congress on Railway Research, 2016.
- 5) ERRI C218/RP2 Annex5, "The pressure-tightness coefficient,  $\tau$ ," p.5-3, 1998.
- 6) 福田傑, 飯田雅宣：列車・トンネル系の空気力学に関する模型実験, 日本音響学会誌, Vol.63, No.9, pp.543-548, 2007
- 7) 原朝茂：高速でトンネルに突入する場合に列車に作用する空気力, 日本機械学会論文集(第2部), Vol.26, No.171, pp.1581-1586, 1960
- 8) 田島信一郎：JR 東日本E5系新幹線電車量産先行車の概要(1), 鉄道車両と技術, No.155, pp.2-7, 2009
- 9) 日本貨物鉄道株式会社：<https://www.jrfreight.co.jp/service/container.html> (参照日：2024年10月25日).
- 10) 寺沢一雄, 松浦義一：材料力学(上巻), 海文堂, pp.56, pp.227-229, 1984
- 11) Sinha, S. C., Prakash, V., Ravikumar, P. B., Raman, R., "Modeling and simulation of cargo containers. Computers & Structures," Vol.33, No.4, pp.1065-1072, 1989.
- 12) Hara, T., Aerodynamic force acting on a high speed train at tunnel entrance, "Bulletin of the Japan Society of Mechanical Engineering," Vol.4, No.15, pp.547-555, 1961.
- 13) Howe, M. S., Iida, M., Maeda, T., Sakuma, Y., "Rapid calculation of the compression wave generated by a train entering a tunnel with a vented hood," Journal of Sound and Vibration, Vol.297, No.1-2, pp.267-292, 2006.

鉄道総研報告  
RTRI REPORT

## ディスドロメータを用いた新雪密度の推定手法

高見 和弥\*

A Method to Estimate Newly Fallen Snow Density Based on Disdrometer Data

Kazuya TAKAMI

This study proposes a method to estimate the density of newly fallen snow using disdrometer data. By analyzing the particle size and fall velocity distributions obtained from a disdrometer, the degree of riming is quantified and used to derive snow density. Compared to conventional temperature-based methods, the proposed approach shows a stronger correlation ( $R = 0.78$ ) and significantly lower RMSE ( $10.5 \text{ kg m}^{-3}$ ). This technique enables automated, high-frequency estimation of snow density, improving snowfall depth calculations and snow hazard assessments, especially under sub-zero conditions where conventional temperature-based methods are less accurate.

キーワード：降雪，着雪，新雪密度，雪水比，ディスドロメータ

## 1. はじめに

冬季の鉄道の運行の安全性，安定性の確保を目的として，鉄道会社は積雪深などを基に運転規制や除雪の実施判断を行っている。このため，路線上のどこで，どれくらいの，どのような雪が降ったかを精度よく把握することが的確な運転規制を行うためには重要である。一般に利用できる雪の量の情報として，気象庁の観測点の一部では積雪深の観測データが提供されている。しかし，鉄道固有の雪の状況として，鉄道の軌道内に降り積もった雪は列車が通過することで舞い上げられたり，押し固められたりするために鉄道用地外に積もっている雪とは量や性状が異なる。このため，前の列車が通過してから次の列車が通過するまでの間に降った雪を沿線の任意の地点で逐次評価することが必要となる。近年，高精度な気象レーダーの普及によって降水量の面的なデータが一般に利用できるようになってきた。この降水量に新雪密度（降り積もったばかりの積雪の密度）と既知量である液水の密度の比（雪水比）をかけることで，降雪深（新たに降り積もった雪の深さ）に変換することが可能となる。また，例えば車両床下への着雪量に対しては，積雪表層の密度が小さいほど着雪量が大きくなる<sup>1)</sup>など，新雪密度の値そのものも雪害リスクを評価するために重要なパラメータである。

新雪密度の観測値は，一定の時間に降った雪の体積と重量を測定することで求められる。対象とする時間帯より前に降り積もった雪の圧密による影響を除外するため，一般には雪板を置いてその上に積もった雪を測定する<sup>2)~6)</sup>。すなわち，人力による観測が必要であり，高頻度での定常観測が難しい。ゆえに観測員が常駐している場所でも多くは日降雪を対象とした観測であり，研究目的であっても1時間程度かそれより短い時間間隔で観測を行っている研究は少ない<sup>4)6)7)</sup>。雨量計や積雪深計など定常観測が可能な機器を利用し，雪の体積（深さ）は積雪深計の差分値から，重量は雨量計から求めることも可能ではあるが，積雪深計による観測では対象の時間帯より前に降り積もった雪の圧密による積雪深の変化を除外することができない。圧密量を推定して補正する<sup>7)8)9)</sup>方法も考えられるが，根雪になるような豪雪地帯では既積雪の圧密による沈降を精度よく計算することは難しく，降雪，積雪量が大きいほど誤差が増加する<sup>8)</sup>。降水量，積雪深の観測についても，雪は雨に比べて降水強度が小さいためセンサーの分解能の影響が大きく，例えば

\* 防災技術研究部 気象防災研究室

気象庁観測点の積雪深計、雨量計の分解能（積雪深: 1 cm, 雨量: 0.5 mm）では事例ごとの差を十分に表現することは難しい。また、固体降水に対しては風速の雨量計の捕捉率に対する影響が大きく、しばしば降水量を過小評価することとなる<sup>10)</sup>。加えて、積雪深計は雨量計に比べて設置箇所が少なく、特に首都圏など降雪の頻度が少ない地域では限られた観測地点にしか設置されていない。このように新雪密度は定常的な実測が困難なため、何らかの自動観測が可能な機器の観測データから推定を行う手法が必要である。

これまで実運用においては、新雪密度は一定の値として与えたり（例:  $100 \text{ kg m}^{-3}$ ），気温などの気象観測値から簡易に推定されていた<sup>4)</sup>。しかし、気温で表すことができるのは主に雪の融解の有無による密度の違いで、気温が  $0 \text{ }^{\circ}\text{C}$  未満のときに支配的となる雪粒子の種別の違い（雪、霰など）による新雪密度への影響は表現できない。図 1 に鉄道総研の塩沢雪害防止実験所で観測した新雪密度と気温の関係を示す。赤破線は式(1)の経験曲線<sup>4)</sup>で、 $\rho_N$  は新雪密度 [ $\text{kg m}^{-3}$ ]、 $T_a$  は地上気温 [ $^{\circ}\text{C}$ ] である。

$$\rho_N = 53. \exp(0.488T_a) + 37.0 \quad (1)$$

全ての気温帯の観測値では気温と新雪密度の相関係数は 0.48 であるが、気温  $0 \text{ }^{\circ}\text{C}$  未満では相関係数は 0.26 と相関はない。これは気温が表現しているのは主に融解の有無であって雪、霰などの雪粒子の違いではないためである。一方で、図 2 に示すように気温  $0 \text{ }^{\circ}\text{C}$  未満でも雪粒子の種別が異なると密度は 2~3 倍異なることがあるため、雪粒子の種別による新雪密度の違いを無視することはできない。そこで、本研究では雪粒子の粒径・落下速度の分布が自動で観測できるディスドロメータと呼ばれる機器で得られるデータを利用して、雪粒子の種別を考慮して新雪密度の推定が可能な手法を開発した<sup>11)</sup>。

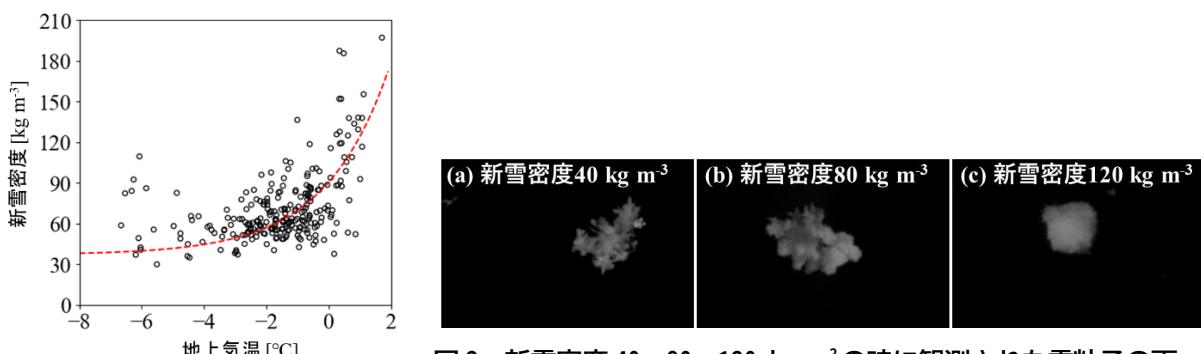


図 1 地上気温と新雪密度の関係  
図 2 新雪密度  $40, 80, 120 \text{ kg m}^{-3}$  の時に観測された雪粒子の画像の例

## 2. 研究の方法

### 2.1 観測データ

新潟県の内陸部、南魚沼市に位置する鉄道総研塩沢雪害防止実験所 ( $37.04^{\circ} \text{N}, 138.85^{\circ} \text{E}$ ) で、新雪密度の直接観測と雪粒子の地上観測（2020-2021 年冬期～2023-2024 年冬期）を実施した。新雪密度の観測には断熱材（発泡ポリスチレン）で作成した  $45 \text{ cm} \times 45 \text{ cm}$  の雪板を使用し、降雪時に屋外に設置した（図 3a）。設置の 1 時間後に雪板の上に積もった雪の深さを金尺で、重量を電子天秤で測定した。雪板には  $10 \text{ cm}$  ごとに板の上面から側面まで線が引いてあり、板の端部で積雪が丸まることの影響を考慮して、雪板の中央の  $20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$  を計測の対象とした（図 3b）。

雪粒子の観測には雪粒子の粒径、落下速度や形状などを測定できるディスドロメータを利用した。防風ネット内に光学式ディスドロメータ Parsivel<sup>2</sup> (OTT Hydromet GmbH) と、ビデオディスドロメータ G-PIMMS

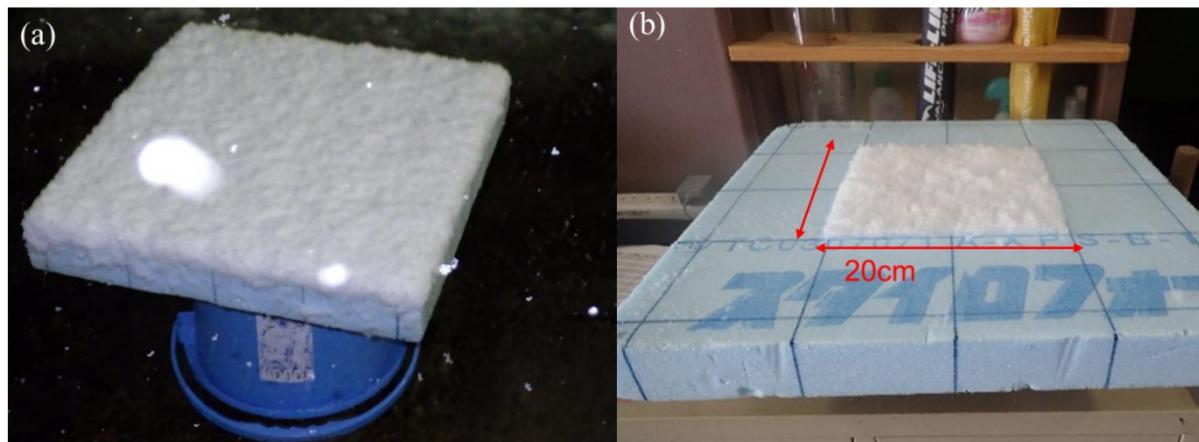


図3 雪板による新雪密度の観測, (a)降雪の採取と(b)中央の20 cm×20 cmの計測  
(a)の白く反射している箇所は降雪粒子の映り込みによるもの



図4 防雪ネット内に設置した G-PIMMS と Parsivel<sup>2</sup>. Takami *et al.* (2022)<sup>11)</sup>より引用.  
ライセンス: Creative Commons Attribution 4.0 International.

(Ground-based Particle Image and Mass Measurement System)<sup>12)</sup>を設置し雪粒子の地上観測を実施した(図4)。Parsivel<sup>2</sup>は可視光による光学式のディスドロメータで、降水粒子がシート状のレーザーを通過し遮断する際の信号の遮断率から粒径と落下速度を計測できる。粒径、落下速度は設定した出力時間単位(本研究では1分間に設定)で32×32の粒径・落下速度のビン(粒径:0~26 mm、落下速度:0~22.4 m s<sup>-1</sup>)ごとに粒子数が集計される。本研究では各ビンに設定された粒径、落下速度の中央値を、当該のビンの粒径、落下速度として利用した。Parsivel<sup>2</sup>は個々の粒子について粒径などを求めることができないが、後述するG-PIMMSに比べると観測の安定性に優れることや落下速度が得られる利点がある。

G-PIMMSは降水粒子、特に雪粒子の画像を直接観測するための機器であり、降水粒子が蓋部分に取り付けられた赤外線センサーを横切るとストロボが発光し、CCDカメラで降水粒子を含む幅30 mm×高さ20 mmの画像を取得できる<sup>12)</sup>。G-PIMMSは粒子の形状に関するパラメータ(縦横比、円形度等)を画像から直接取得できる点、目視によって粒子の種別を判別できる点に利点があるが、Parsivel<sup>2</sup>のように落下速度を得ることはできない。また、降雪粒子を取り込む開口部が雪に覆われることで欠測となることがあり、観測の安定性には課題がある。そこで、本研究では定量的な解析にParsivel<sup>2</sup>の観測データを利用し、G-PIMMS

は図2に示したように、画像から粒子の種別を調べるために利用した。観測データは新雪密度の評価時間に合わせて1時間ごとに整理した。

## 2.2 ライミング成長の度合い

融解を伴わない場合（積雪中に液水が存在しない場合）、氷の密度は決まっているため、積雪の密度は単位体積内の空隙の多さに依存する。このため、小さな粒子や過冷却水滴を捕捉して雪粒子内部の空隙が埋まるライミング成長が進むほど（図2の(a)の粒子から(b), (c)の粒子に変化するほど）新雪密度は大きくなる。このライミング成長の度合いに着目し、Parsivel<sup>2</sup>の観測で得られる粒径・落下速度分布から、平均的なライミング成長の度合いを求める方法を提案した<sup>11)</sup>。粒径D [mm]と雪粒子の密度 $\rho_s$  [g cm<sup>-3</sup>]の関係について、式(2)のように同じ粒径に対してはライミングの度合い $f_{\text{rim}}$ に依存する仮定<sup>13)14)</sup>を採用した。

$$\rho_s(D) = \alpha_1 f_{\text{rim}}(D) D^{\beta_1} \quad (2)$$

ライミング成長の度合い $f_{\text{rim}} = 1$ が最も軽いライミング無し雪片、 $f_{\text{rim}} = 5$ が最も重い霰に対応する。また、 $f_{\text{rim}}$ について式(3)に示すように粒径の関数として、雪粒子の落下速度 $V$  [m s<sup>-1</sup>]とライミング無し雪片の経験的な落下速度 $V_0$  [m s<sup>-1</sup>]の比の2乗で表す仮定<sup>15)</sup>を採用した。

$$f_{\text{rim}}(D) = \left( \frac{V(D)}{V_0(D)} \right)^2 \quad (3)$$

雪粒子が終端速度に達している（抗力と重力が釣り合っている）とすると、落下速度の2乗は式(4)のように同じ粒径に対しては、雪粒子の密度 $\rho_s$ と抵抗係数 $C_d$ の比を表す。すなわち、ライミング成長が進んだ重くて丸い（抗力係数が小さい）雪粒子ほど式(3)の $f_{\text{rim}}(D)$ の値は大きくなる。

$$V^2 = \frac{4g}{3\rho_a C_d} \frac{\rho_s}{D} \quad (4)$$

$\rho_a$ は大気の密度[kg m<sup>-3</sup>]、 $g$ は重力加速度である。ライミング無し雪片の経験的な落下速度 $V_0$ について、式(5)の経験式<sup>16)</sup>を用いた。

$$V_0(D) = 0.8D^{0.16} \quad (5)$$

式(3)の $f_{\text{rim}}$ は粒径の関数であるため、新雪密度と比較するためには事例ごとの代表値を求める必要がある。本研究では降水量に対する寄与で重みづけ平均することを考え、平均的なライミング成長の度合いとして、式(6)に示す $F_{\text{rim}}$ を求め、 $F_{\text{rim}}$ と新雪密度の関係性を調べた。

$$F_{\text{rim}} = \frac{\sum_i f_{\text{rim}}(D_i) M_0(D_i) N(D_i) \Delta D_i}{\sum_i M_0(D_i) N(D_i) \Delta D_i} \quad (6)$$

ここで、 $D_i$ および $\Delta D_i$ はParsivel<sup>2</sup>の*i*番目のビンに対する粒径の値と幅[mm]、 $N(D_i)$ は*i*番目のビンの粒子個数、 $M_0$ はライミング無し雪片の重量[mg]で式(7)の経験式<sup>16)</sup>を用いた。

$$M_0 = 0.073D^{1.4} \quad (7)$$

図5に $F_{\text{rim}}$ に対応する雪粒子の例を示す。前述のように $F_{\text{rim}}$ が1付近ではライミングが無い空隙が大きな雪片が、 $F_{\text{rim}}$ が5付近では霰が対応している。 $F_{\text{rim}}$ が1未満の値が現れるのは、既往研究におけるライミング無し雪片の観測<sup>16)</sup>よりも大きくて軽い粒子が観測されたためである。

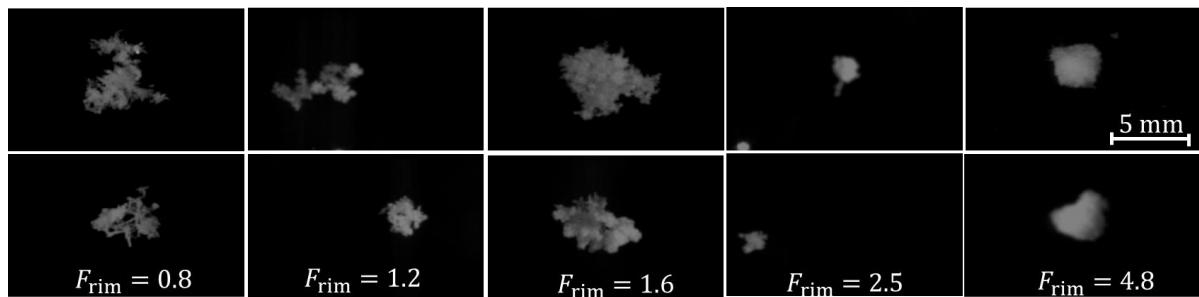


図 5 平均的なライミング成長の度合い  $F_{\text{rim}}$  に対応する雪粒子  
対象の 1 時間のうちから典型的な粒子で写りのよいものを 2 つずつ例示した

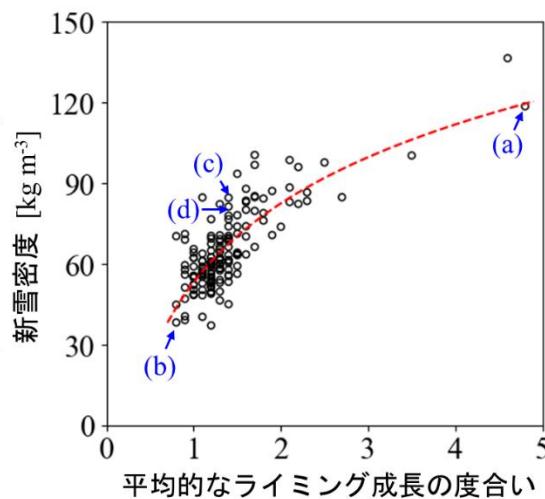


図 6 平均的なライミング成長の度合い  $F_{\text{rim}}$  と新雪密度  $\rho_N$  の関係 (2022-2023 年, 2021-2022 年冬期), (a)~(d) は図 7 に例示する事例, 赤破線は式 (8) の経験曲線. Takami *et al.* (2022)<sup>11)</sup> より引用. ライセンス: Creative Commons Attribution 4.0 International.

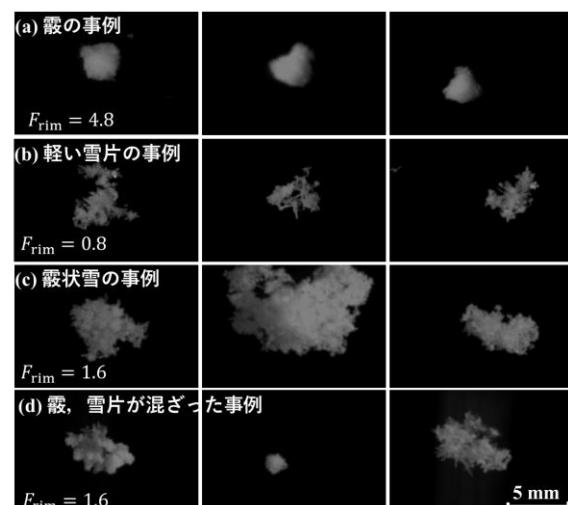


図 7 図 6 に矢印で示した 4 事例で観測した雪粒子の画像例. Takami *et al.* (2022)<sup>11)</sup> より引用.  
ライセンス: Creative Commons Attribution 4.0 International.

### 3. 結果

#### 3.1 ライミング成長の度合いと新雪密度の関係性

塩沢における光学式ディスドロメータ Parsivel<sup>2</sup> による粒径, 落下速度の観測データから求めた  $F_{\text{rim}}$  と, 雪板を用いた新雪密度の直接観測のデータの関係を調べた. 解析に用いたデータは 2020-2021, 2021-2022 年冬期に観測したデータのうち, 気温が 0 °C 未満で降雪深が 10 mm 以上の 157 事例である. 降雪深が 10 mm 未満の事例を除外したのは, 測定誤差の影響が大きくなるためである. 図 6 に平均的なライミング成長の度合い  $F_{\text{rim}}$  と新雪密度  $\rho_N$  の関係を示した. 相関係数は 0.78 で, 図 1 で示した気温に対する相関係数 0.26 より高かった. 図 5 に示した分布に対して対数式で回帰分析を行い, 経験式(8)を得た<sup>11)</sup>.

$$\rho_N = 42.3 \ln(F_{\text{rim}}) + 53.2 \quad (8)$$

また, 支配的な雪粒子の種類が異なる 4 事例について図 7 に雪粒子の画像例を示した. 図 6, 7 に示すように, 本研究で開発した式(8)による推定手法は霰や雪片といった種別の分類が明確な粒子が支配的な事例だけでなく, 図 7(c)の霰と雪片の中間のような雪粒子 (霰状雪と呼ばれる) や, 図 7(d)の霰と雪片が混在する事例についてもシームレスに扱うことが可能である.

### 3.2 気温による推定手法との比較

得られた経験式(8)による手法<sup>11)</sup>と式(1)による従来の気温による推定手法<sup>4)</sup>を比較するため、2022-2023年、2023-2024年冬期に塩沢で気温0°C未満時に新雪密度を観測した67事例を対象に、観測した新雪密度と各手法による推定新雪密度を図8に示した。二乗平均誤差RMSEはそれぞれ10.5 kg m<sup>-3</sup>、24.9 kg m<sup>-3</sup>で、本研究で開発した式(8)による手法<sup>11)</sup>は式(1)の気温による従来の手法<sup>4)</sup>よりも高い精度で新雪密度を推定できることが分かった。

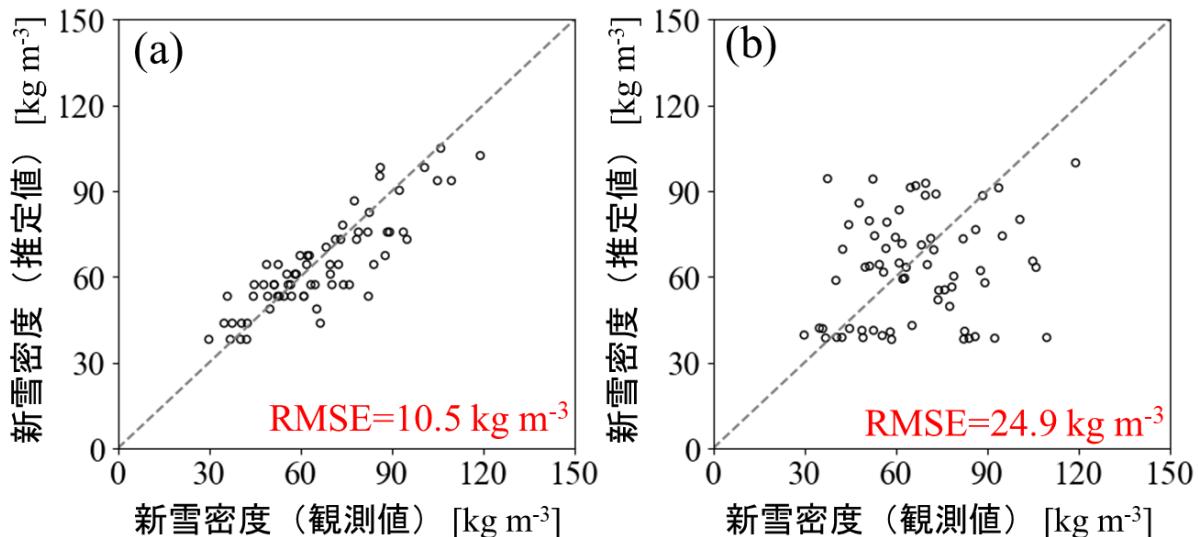


図8 新雪密度の観測値（塩沢、2022-2023年、2023-2024年冬期）と(a)本研究で得られたディスドロメータの観測値による経験式(8)、(b)従来の気温による式(1)<sup>4)</sup>による推定値

### 4. まとめ

本研究では降水量から降雪深を求めるために必要となる新雪密度について推定する手法を開発した。従来は手動による観測か、気温による簡易で、特に気温0°C未満の乾いた雪の新雪密度に対して精度が悪い推定方法が利用されていた。そこで本研究では自動で雪粒子の粒径、落下速度の自動観測が必要な光学式ディスドロメータの観測データを用いて新雪密度を推定することとした。

融解を伴わない場合（積雪中に液水が存在しない場合）、氷の密度は決まっているため、積雪の密度は単位体積内の空隙の多さに依存する。このため、小さな粒子や過冷却水滴を捕捉して雪粒子内部の空隙が埋まるライミング成長が進むほど新雪密度は大きくなる。このライミング成長の度合いに着目し、光学式ディスドロメータの観測で得られる粒径・落下速度分布から平均的なライミング成長の度合いを求める方法を提案した。2020-2021年および2021-2022年冬期に塩沢雪害防止実験所で観測した157事例を対象に、平均的なライミング成長の度合いと新雪密度の関係を調べたところ、相関係数は0.78と、気温と新雪密度との関係に対する相関係数0.26に比べて高い相関が得られることが分かった。そこで、回帰分析を行った平均的なライミング成長の度合いと新雪密度との経験式を得た<sup>11)</sup>。得られた経験式と気温による従来の経験式<sup>4)</sup>を用いて、2022-2023年、2023-2024年冬期に塩沢雪害防止実験所で観測したデータを対象に推定精度を確認したところ、本研究の経験式および従来の気温による式によるRMSEはそれぞれ10.5、24.9 kg m<sup>-3</sup>であり、本研究の手法を用いることで大きく推定精度が改善することが分かった。本研究の成果を基に、路線上の任意の地点での雪の重さ、量を推定、予測する手法の開発に取り組む予定である。

## 謝 辞

本研究で利用した観測データは鉄道総研、山口大学、日本気象協会の共同研究で取得したものである。

## 文 献

- 1) 鎌田慈, 高橋大介, 栗原靖, 横倉晃, 飯倉茂弘: 軌道上の雪質を考慮した車両台車部の着雪量予測手法, 鉄道総研報告, Vol.29, No.1, pp.11-16, 2015
- 2) Judson, A., Doesken, N., "Density of freshly fallen snow in the Central Rocky Mountains, Bulletin of the American Meteorological Society," Vol.81, pp.1577-1587, 2000.
- 3) 梶川正弘, 後藤博, 猿渡琢, 金谷晃誠, 橋本正秀, 菊地勝弘: 新積雪密度と降雪粒子の諸特性の関係, 雪氷, Vol.67, pp.213-219, 2005
- 4) 野口守, 小林, 河島克久, 飯倉茂弘, 伊豫部勉, 藤井俊茂: 東北新幹線八戸・新青森間における雪害対策の研究(6) 降雪直後の雪密度の気温依存性, 雪氷研究大会講演要旨集(2010・仙台), p.174, 2010
- 5) Wayand, N.E., Massmann, A., Butler, C., Keenan, E., Stemberis, J., Lundquist, J.D., "A meteorological and snow observational data set from Snoqualmie Pass (921 m)," Washington Cascades, USA, Water Resources Research, Vol.51, pp.10092-10103, 2015.
- 6) Ishizaka, M., Motoyoshi, H., Yamaguchi, S., Nakai, S., Shiina, T., Muramoto, K.I., "Relationships between snowfall density and solid hydrometeors, based on measured size and fall speed, for snowpack modeling applications," The Cryosphere, Vol.10, pp.2831-2845, 2016.
- 7) Helffricht, K., Hartl, L., Koch, R., Marty, C., Olefs, M., "Obtaining sub-daily new snow density from automated measurements in high mountain regions, Hydrology and Earth System Sciences," Vol.22, pp.2655-2668, 2018.
- 8) 遠藤八十一, 小南裕志, 山野井克己, 庭野昭二: 粘性圧縮モデルによる時間降雪深と新雪密度, 雪氷, Vol.64, pp.3-13, 2002
- 9) Lehning, M., Bartelt, P., Brown, B., Fierz, C. "A physical SNOWPACK model for the Swiss avalanche warning: Part III: Meteorological forcing, thin layer formation and evaluation," Cold Regions Science and Technology, Vol.35, pp.169-184, 2002.
- 10) 横山宏太郎, 大野宏之, 小南靖弘, 井上聰, 川方俊和: 冬期における降水量計の捕捉特性, 雪氷, Vol.65, pp.303-316, 2003
- 11) Takami, K., Kamamoto, R., Suzuki, K., Yamaguchi, K., Nakakita, E., "Relationship between newly fallen snow density and degree of riming estimated by particles' fall speed in Niigata Prefecture, Japan," Hydrological Research Letters, Vol.16, No.4, pp.87-92, 2022.
- 12) Suzuki, K., Nakagawa, K., Kaneko, Y., Oki, R., Nakamura, K., "Microphysical features of solid/melting particles by ground-based direct observations for the GPM/DPR algorithm development," Proceedings of the 2016 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS), pp.3941-3944, 2016.
- 13) Brandes, E.A., Ikeda, K., Zhang, G., Schonhuber, M., Rasmussen, R.M., "A statistical and physical description of hydrometeor distributions in Colorado snowstorms using a video disdrometer," Journal of Applied Meteorology and Climatology, Vol.46, pp.634-650, 2007.
- 14) Zawadzki, I., Jung, E., Lee, G., "Snow studies. Part I: A study of natural variability of snow terminal velocity," Journal of the Atmospheric Sciences, Vol.67, pp.1591-1604, 2010.
- 15) Buković, P., Ryzhkov, A., Zrnić, D., Zhang, G., "Polarimetric radar relations for quantification of snow based on disdrometer data," Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, Vol.57, pp.103-120, 2018.
- 16) Locatelli, J.D., Hobbs, P.V., "Fall speeds and masses of solid precipitation particles," Journal of Geophysical Research, Vol.79, pp.2185-2197, 1974.

# 要素実験を用いたシールドトンネルの 継手部モデルの構築と構造解析への適用

木下 穀穂\* 牛田 貴士\* 野城 一栄\* 細田 晓\*\*

**Proposal of Modeling Method for Segment Joints Using Element Experiments for Shield Tunnel and Its Application to Structural Analysis**

Kaho KINOSHITA Takashi USHIDA Kazuhide YASHIRO Akira HOSODA

Full-scale bending tests of segment joints for shield tunnels are important for understanding and properly evaluating the behavior of joint sections. However full-scale tests are costly and time-consuming. Therefore, numerical analysis is expected to complement these tests. This study proposes a modeling method for segment joints. This method is based on behavior observed in full-scale joint bending experiments using a three-dimensional FEM analysis. Firstly, a model case of railway shield tunnels was established. Secondly, a series of steps was demonstrated, from setting rotation characteristics with finite element analysis to analyzing the frame structure of the shield tunnel, illustrating the usefulness of this study.

キーワード：シールドトンネル，セグメント継手，継手曲げ試験，有限要素解析，骨組構造解析

## 1. はじめに

シールドトンネルは多数の継手を有することが構造的な特徴の一つである。また、継手部の剛性はセグメント主断面よりも小さいため、トンネル覆工全体系の力学的挙動を評価する場合には、継手部の剛性および挙動を適切に評価することが重要である<sup>1)</sup>。

シールドトンネルの骨組解析においては、セグメント継手を回転ばねでモデル化するはりーばねモデルによる計算法<sup>2)</sup>（図1）を用いることが一般的である。回転ばねの設定には、継手部の力のつり合い条件や変形の適合条件をもとに理論的に算定する方法<sup>例えは3) 4)</sup>や、載荷実験による方法<sup>例えは5)</sup>がある。また、シールドトンネルの有限要素解析においては、セグメントをシェル要素またはソリッド要素で、継手をばね要素または接触要素でモデル化して検討した例<sup>例えは6) ～10)</sup>等が挙げられる。

これらの構造解析におけるセグメント継手のモデル化については、トンネルの状況を考慮した条件のもと実物大のセグメントを用いた載荷実験を実施することによって、より正確なモデル化が可能となると考えられる。しかし、実物大試験はコストや時間の面で負担が大きいため、それを補完する数値解析の利用

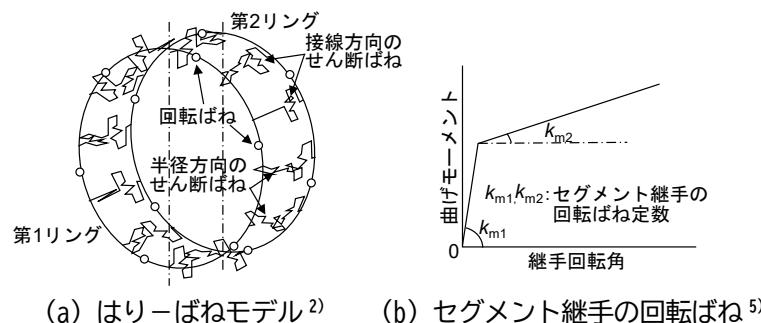


図1 はりーばねモデル

\* 構造物技術研究部 トンネル研究室

\*\* 横浜国立大学

が期待される。さらに、継手曲げ試験の挙動を表現できる数値解析手法を開発することによって、継手曲げ試験を実施しない場合においても実際に近い条件で事前検討が可能となると考えられる。

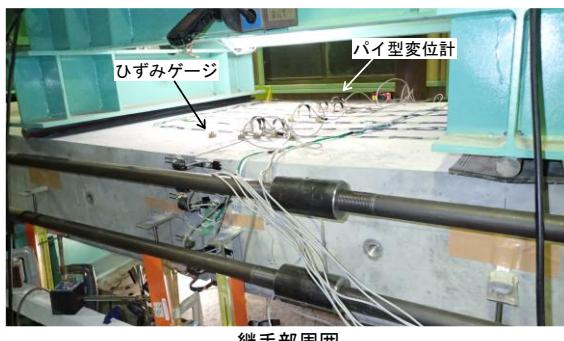
そこで本研究では、継手曲げ試験を補完する数値解析手法の構築に資する技術開発の第一段階として、以下の検討を行った。まず、継手部の挙動を把握するために実物大継手曲げ実験を実施し、実験で把握した挙動をもとに三次元有限要素解析におけるセグメント継手部のモデル化法を提案した。つぎに、提案したモデル化法によって、継手曲げ実験の再現解析を行い、モデル化法の妥当性を確認した。最後に、鉄道シールドトンネルのモデルケースを設定し、提案法によるセグメント継手の回転特性の設定からシールドトンネルの構造解析までの一連の流れを示し、本研究の有用性を例示した。

## 2. 実物大継手曲げ実験

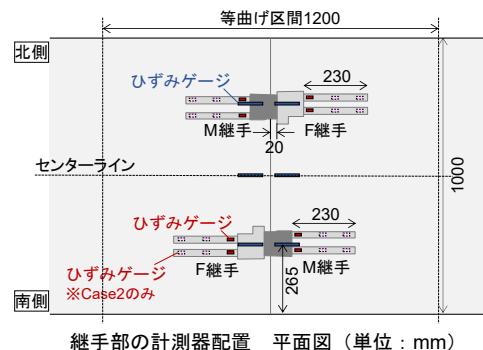
継手部の挙動の把握を目的とし、実物大継手曲げ実験を行った。許容応力度レベル以降の荷重における知見を得るために、継手部の部材降伏（以下、 $M_y$  と示す）の荷重レベルで実験を実施した。様々な継手に対し試験が行われることを想定し、継手の力学挙動の違いが継手部の回転挙動に与える影響を把握するため、アンカーワイヤーの付着に差異を設定した2ケースの実験を行った。

### 2.1 実験条件

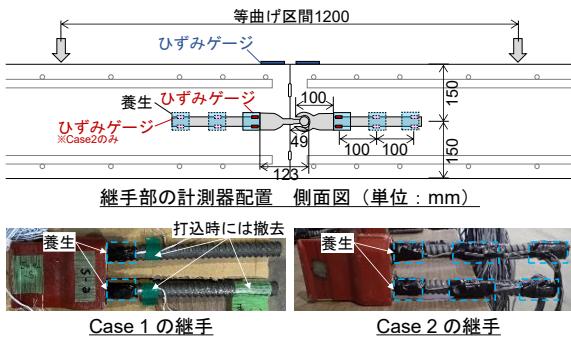
継手曲げ実験の状況を図2に示す。実験では外径7m程度のシールドトンネルを想定して仕様を決定した実物大RCセグメント模型を製作し、設計では継手部は曲げモーメントに抵抗する回転ばねとしてモデル化されることから4点曲げ載荷を行った。セグメント1ピースは高さ300mm×幅1000mm×長さ2200mmとして、載荷スパンは4000mm、等曲げ区間は1200mmとした。セグメント継手は高さ中心に設置した。なお、実際のセグメントは曲がりばかりであるが、曲率半径に対するセグメント高さの比は通常1/10程度で



(a) 実験状況



継手部の計測器配置 平面図 (単位: mm)



継手部の計測器配置 側面図 (単位: mm)

Case 1 の継手

Case 2 の継手

(b) 継手部の計測器配置

図2 実物大継手曲げ実験

あり、この比が大きくならない限り、真直なはりとして計算してよいとされている<sup>5)</sup>。本実験においても、事前解析により曲がりばりと真直なはりで応答値の差が1%以下と小さいことを確認した上でセグメントの形状は平板とした。

実験ケースを表1に示す。2ケースに同じ継手(2組、軸方向挿入型、アンカー筋D19×2本)を用いて、養生の違いによりアンカー筋の付着に差異を設定した。Case1は継手アンカー筋の金物側のみを、Case2は金物側、中央、先端側をそれぞれ防水テープで養生してセグメント本体との付着が有効なアンカー長を低減した。Case1はアンカー筋の付着耐力の方が降伏耐力よりも大きい状態を、Case2は降伏耐力の方が大きい状態を想定した。

本実験の載荷手順を図3に示す。軸力500 kN<sup>11)</sup>を作用させ、鉛直下向き・上向きの交番載荷を行った(以降、それぞれ正載荷・負載荷と示す)。本実験では、小土被りのシールドトンネルの地震時等で正曲げと負曲げが交互に生じる可能性も想定し、載荷方法を交番載荷としている。Case1は事前解析により $M_y$ 相当の載荷荷重を想定し、 $M_y$ 相当の載荷荷重以下で交番載荷荷重や各種ひずみ等の計測値を確認しながら3段階の交番載荷を実施した後、 $2.0 \delta_y$ までの正載荷を実施した。Case2は $M_y$ 相当の変位( $1.0 \delta_y$ )以上で3段階( $\pm 1.0 \delta_y$ ,  $\pm 1.5 \delta_y$ ,  $\pm 2.0 \delta_y$ )の交番載荷を実施した後、正載荷で押し切る実験を実施した。なお、各ケースで異なる着目点を設定したため、載荷方法が異なっている。

## 2.2 実験結果

Case2は予備載荷を行っている。予備載荷については、既報<sup>12)</sup>を参照されたい。なお、予備載荷は供試体の許容応力度相当の載荷荷重であり、後述するCase1において、許容応力度相当の繰返し載荷がその後の挙動に及ぼす影響は小さかった。そのため、Case2の予備載荷の影響は些少として考察を行った。

本実験で得られた荷重-鉛直変位を図4に示す。最大荷重は両ケースとも170 kN程度であった。Case1はアンカー筋が降伏した点、Case2は勾配が急変した点を $M_y$ 相当荷重と扱うこととする。アンカー筋の付着耐力の方が降伏耐力よりも大きいCase1では、 $M_y$ 相当荷重時の変位( $1.0 \delta_y$ )の2倍相当まで急激な荷重の低下が生じなかった。また、アンカー筋の付着耐力の方が降伏耐力よりも小さいCase2では、 $M_y$ 相当荷重時以降の載荷において荷重の低下が生じた。

Case2の $+1.0 \delta_y$ の正載荷における勾配がCase1と比較して大きい結果となった。これは、シールドトンネルでは、組立て後のセグメント間の離隔には小さなばらつきが生じること等から、継手アンカー筋の付着の状態よりも継手の組立て余裕に起因するセグメント間の継手面の接触状況の影響と考えている。なお、継手の組立て余裕については、次章で後述する。

実験で計測した継手アンカー筋の引張ひずみと継手部コンクリートの表面圧縮ひずみの計測結果を図5に示す。図5(a)の継手アンカー筋の引張ひずみの値は、継手金物に近い位置のひずみゲージの値を各継手(アンカー筋2本、各アンカー筋上下の計4力所)で平均した値である。Case1では最大荷重に達すると同時に継手アンカー筋のひずみが急増した。一方、Case2では最大荷重に達する前に南側のアンカー筋のひずみの増加が緩やかになった後ひずみの低下も認められた。これらはそれぞれアンカー筋の降伏、引抜けが生じたことを示唆しており、両ケースとも計画した継手挙動を示したと考えている。

図5(b)のコンクリートひずみは、Case1ではアンカー筋の降伏時にもコンクリートの表面ひずみに顕著な変化は生じなかった。一方、Case2では $+1.0 \delta_y$ 載荷において、南側のアンカー筋の引抜けとほぼ同時にコンクリートの表面ひずみが低下した。これは載荷中の供試体の目視観察から、かぶりのごく表層の剥離を捉えたものと判断している。また、 $+1.5 \delta_y$ 載荷において、引抜けが生じた南側のアンカー筋ではひずみの勾配が $+1.0 \delta_y$ 載荷よりも小さくなった。また、コンクリートひずみも勾配が小さくなっている、継手部

表1 実験ケース

	アンカーワークの有効長の割合	想定する状態
Case 1	約8割	降伏耐力<付着耐力
Case 2	約4割	降伏耐力>付着耐力

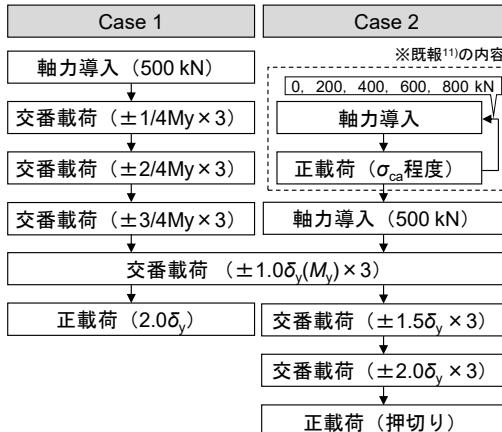


図3 載荷手順

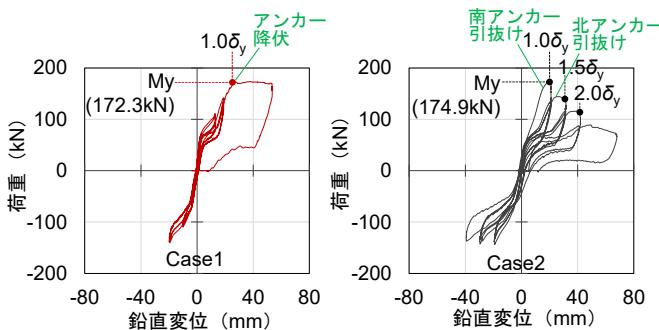


図4 荷重-鉛直変位

の材料的な非線形挙動と部材としての剛性の相関が示唆された。これらの関係性については今後検討を進めていく。

以上より、継手アンカーワークの降伏や引抜き、セグメント同土の継手面における接触等の局所的な挙動が、セグメント継手部の全体挙動に影響することが確認された。そのため、継手曲げ試験を補完する数値解析手法の構築にあたっては、これらの局所的な挙動をモデル化することが重要と示唆された。

### 3. 実物大継手曲げ実験の再現解析

前章の実験から、実験の挙動を表現する上では、セグメント継手部の局所的な挙動を捉えることが重要と示唆された。継手曲げ試験を補完する数値解析手法を検討するにあたり、これらの挙動を考慮した継手部のモデル化が重要と考えられた。そのため、本章では三次元有限要素解析による継手曲げ試験の補完を念頭に、セグメント同土や継手の接触等の挙動を表現できる継手部のモデル化法を提案した。また、提案したモデル化法を用いて、2章で示した実物大継手曲げ実験のうち、Case1（降伏耐力<付着耐力）の再現解析を実施した。

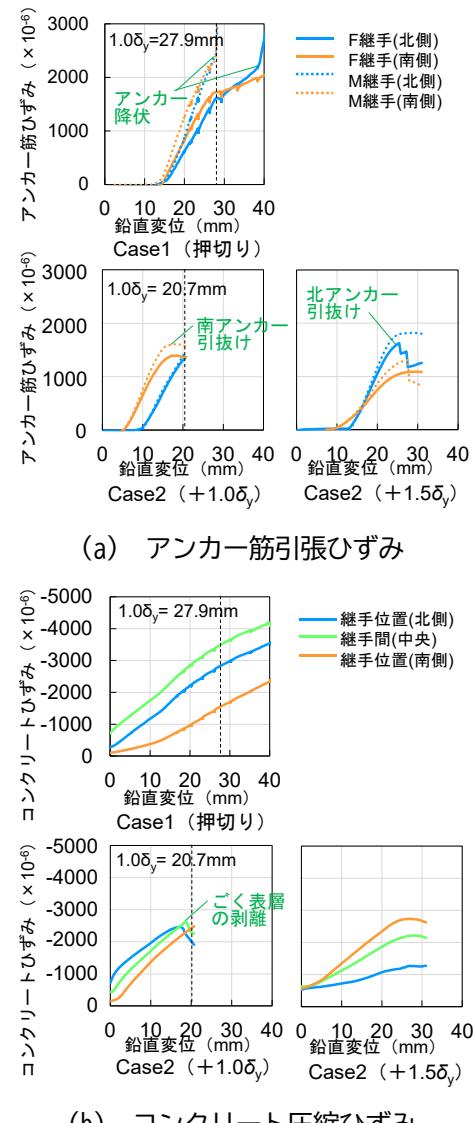


図5 荷重-変位関係

### 3.1 セグメント継手部のモデル化法

#### 3.1.1 概要

再現解析に用いたモデルの概略を図 6 に示す。節点数は 10192, 要素数は 8666 である。コンクリートは 8 節点のソリッド要素、セグメント継手は金物とアンカー筋それぞれを 2 節点のはり要素でモデル化した。解析対象はセグメント 1 ピースとして継手面には対称境界条件を設定した。図 6 のように供試体は F 継手と M 継手が互違いに 2 組設置されているが、その影響を平均化して同じ形状でモデル化することとした。なお、要素寸法は F 継手の金物寸法を代表値として設定した。本解析で用いた物性値等を表 2 に示す。また、コンクリートは継手面におけるセグメント同士の接触によりかぶりの表層剥離が生じたことを踏まえ、室内試験結果に基づき圧縮側の軟化勾配を考慮してモデル化した(図 7)。なお、継手アンカー筋の引抜き挙動によって生じる界面付近の非線形挙動はせん断ばねでモデル化しており、その詳細は次項に示す。継手金物は弾性、アンカー筋は弾塑性とし、降伏後は弾性係数を初期の 1/1000 として計算した。

#### 3.1.2 継手のアンカー筋～コンクリート間のせん断ばね

継手のアンカー筋とコンクリート間には、すべり方向に機能するせん断ばねを各節点に設置し、せん断力の伝達を表現した。なお、本研究では引抜き試験における引抜き力をアンカー筋の有効長で補正した上で、アンカー筋の全節点に抵抗力を平均化してばね剛性を設定した。

せん断ばねはアンカー筋の引抜き試験により設定した。引抜き試験は、継手曲げ実験に用いた継手のアンカー筋と強度・公称径が同じねじ節鉄筋を使用した。コンクリートへの埋込み深さは継手のアンカー筋の長さ分 (12D= 230 mm) とした。

引抜き試験の結果、コンクリートがコーン状に破壊する結果となり、破壊開始位置はコンクリート表面から深さ 110 mm 程度の位置であった。この 110 mm のうち、防水テープによる養生がされていない部分の長さである 95 mm が有効引抜き抵抗長さと判断した。この結果に継手曲げ実験 Case1 のアンカー筋の有効長の割合 8 割を考慮し、せん断ばねを補正する方法とした。設定したせん断ばねのモデル化を図 8 に示す。なお、引抜き耐力に達する引抜き変位は同じ値と考え、同図に示すように、挙動変化が生じるアンカー筋の引抜き変位は同じ値とした。

本研究で実施した引抜き試験は、セグメント中のアンカー筋の状況を精緻に再現する試験条件および計測方法としたが、上記の補正をしなくともよい試験方法についても、更なる検討が必要と考えている。

#### 3.1.3 セグメント間の接触ばね

セグメント間の継手面には、接触要素相当の非線形ばねである接触ばねを設置した。接触ばねが圧縮となる場合には、十分に大きなばね剛性 ( $k = 1.0 \times 10^{11} \text{ kN/m}^2/\text{m}$ ) を与え、引張となる場合にはばね剛性を 0 とすることにより、セグメントの接触をモデル化した。また、継手間にも接触ばねを設置し、ばね剛性は圧縮・引張ともに十分に大きな値とした。

#### 3.1.4 継手の組立て余裕の影響

本検討で使用したセグメント継手は、セグメントが軸方向にスライドされ、M 継手が F 継手に挿入嵌合することにより組立てられる。この機構から、継手金物部には組立て余裕が設定されており、これに起因して組立て時に図 9 のように継手面および継手金物間に遊間が生じることが想定される。これらの遊間が継手部の挙動に与える影響については、継手面の遊間は継手面の接触ばね上で、継手金物間の遊間はアンカー筋とコンクリート間のせん断ばね上で考慮した。

遊間の影響を表現したそれらのばねのモデル化を図 10 に示す。それぞれ、遊間の分変位した後にはばねが抵抗するものとした。継手面の遊間の値は載荷前のセグメント間の離隔の計測結果により、継手金物間の遊間の値は実験結果のフィッティングにより設定した。

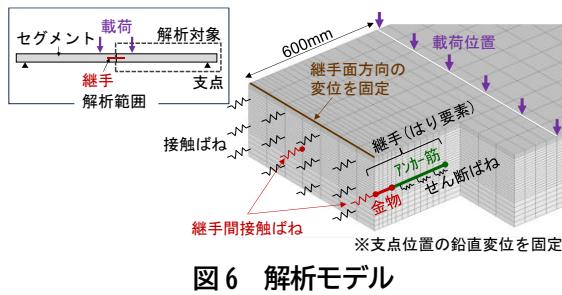


図6 解析モデル

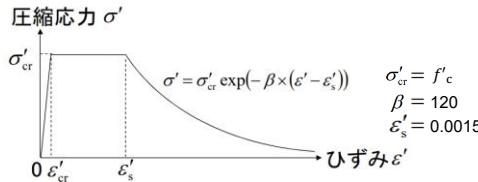
図7 コンクリートの圧縮軟化特性<sup>13)</sup>

表2 物性値(継手曲げ実験 Case1)

構成部材	項目	諸元
セグメント主断面	圧縮強度 $f'_c$ ※	57.7 N/mm <sup>2</sup>
	ヤング係数 $E'_c$ ※	31.4 kN/mm <sup>2</sup>
	ポアソン比 $\nu_c$	0.2
	単位体積重量 $\gamma_c$	24.5 kN/m <sup>3</sup>
継手金物	ヤング係数 $E_s$	200 kN/mm <sup>2</sup>
	ポアソン比 $\nu_s$	0.3
	単位体積重量 $\gamma_s$	77.0 kN/m <sup>3</sup>
継手アンカーフィン	ヤング係数 $E_s$	200 kN/mm <sup>2</sup>
	ポアソン比 $\nu_s$	0.3
	単位体積重量 $\gamma_s$	77.0 kN/m <sup>3</sup>
	降伏強度 $f_{sy}$ ※	401 N/mm <sup>2</sup>

※室内試験結果に基づき設定

### 3.2 解析ケース

解析ケースは3ケースとした(表3)。Case1-Aは図9の継手の組立て余裕の影響を考慮しないモデル、Case1-Bは継手面の遊間 $\delta_f$ を考慮したモデル、Case1-Cは継手面の遊間 $\delta_f$ と継手金物間の遊間 $\delta_j$ を考慮したモデルとした。各ケースは、自重と軸力を与えた後に変位増分を与えるステップ解析とし、アンカーフィンの降伏相当変位の2倍程度まで載荷した正載荷を対象とした。

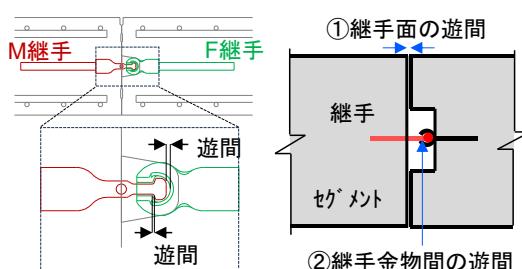
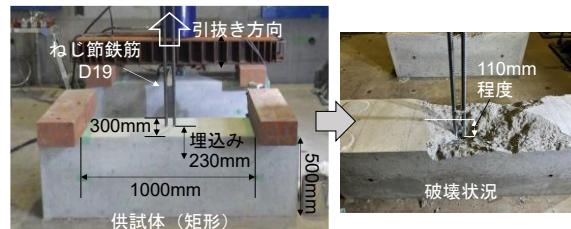


図9 継手の組立て余裕による遊間

表3 Case1 解析ケース

	1:継手面の遊間 $\delta_f$	2:継手金物間の遊間 $\delta_j$
Case1-A	0mm	0.0 mm
Case1-B	0.2 mm	0.0 mm
Case1-C	0.2 mm	0.6mm



(a) 引抜き試験の状況

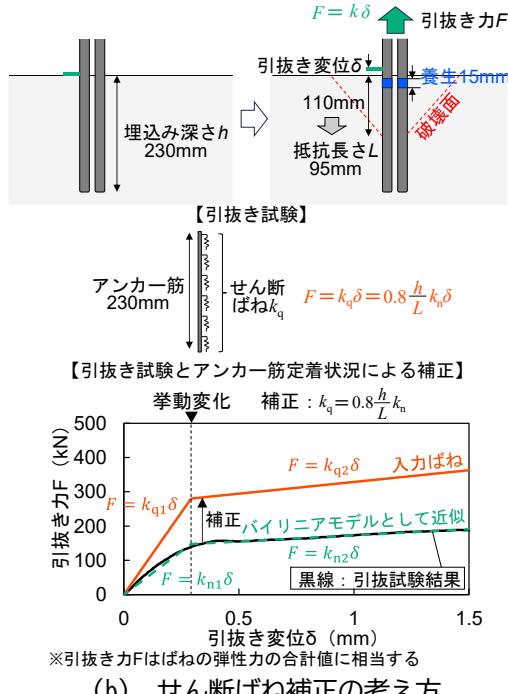


図8 セン断ばねのモデル化 (Case1)

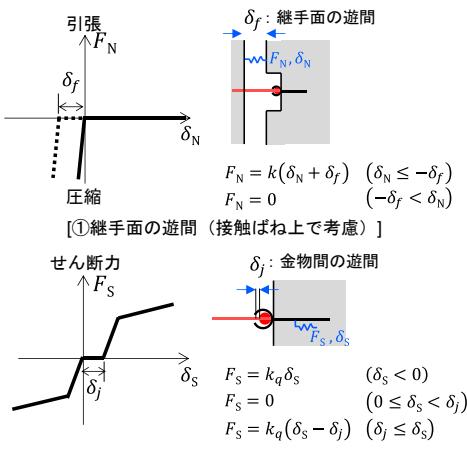


図10 遊間のモデル化

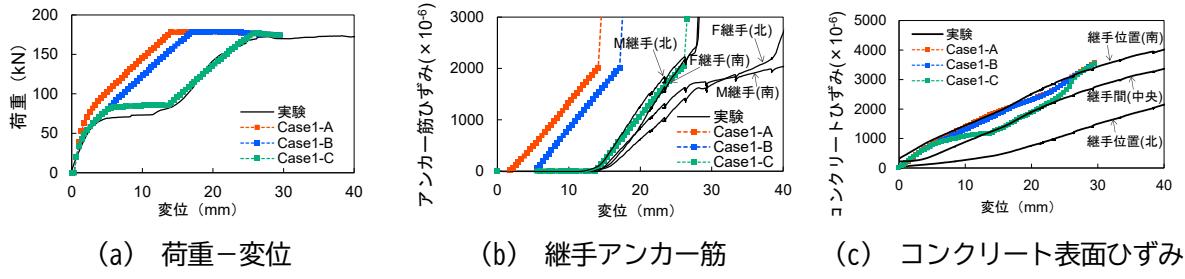


図 11 解析結果

### 3.3 解析結果

解析により算出した荷重-変位, 継手アンカーラインの引張ひずみ, コンクリート表面の圧縮ひずみを図 11 に示す. すべての解析ケースにおいて, アンカーラインが降伏強度に達するとともに最大荷重に達し, 最大荷重は実験と同程度の値であった. 最大荷重後は勾配が変化し, その後は急激な荷重の減少は生じず, 実験と概ね同様の傾向を示した.

また, 継手の組み立て余裕の影響を考慮しない Case 1-A は, 載荷初期の荷重-変位の勾配が最も大きくなつた. 接触ばねで継手面の遊間  $\delta_f$  を表現した Case 1-B, Case 1-C では, 載荷初期の勾配が低減する傾向を示した. さらに, アンカーラインとコンクリート間のせん断ばねで継手金物間の遊間  $\delta_j$  も表現した Case 1-C, Case 1-B, Case 1-A の順で, アンカーラインの引張ひずみが発生する変位が大きくなり再現性が向上した. この結果, Case 1-C では変位 5mm 付近から荷重が概ね一定のまま推移し, 変位 12mm 付近でアンカーラインのひずみの発生に伴い, 荷重が増加する挙動も再現した. 本結果のように, 継手の組立て余裕に起因する遊間を考慮することにより, アンカーラインの引張ひずみの挙動を表現でき, 荷重-変位の再現性も向上する結果となつた. また, コンクリートの圧縮ひずみについては, 実験の計測結果は計測位置によりばらつきが見られるが, 解析では概ね同じレベルの圧縮ひずみを算出した.

以上より, 継手アンカーラインの降伏や引抜き挙動, 継手面および金物間の遊間等を表現したセグメント継手部のモデル化法により, 荷重-変位, アンカーラインのひずみ, コンクリート表面のひずみについて, 実物大曲げ実験の結果を概ね再現することができた.

## 4. 提案モデルの再現性の検証

前章では, セグメント継手部のモデル化法を提案し, その手法を用いて継手曲げ実験 Case1 (降伏耐力 < 付着耐力) の再現解析を実施した. 本章では, 継手曲げ実験 Case2 (降伏耐力 > 付着耐力) を対象に, 前章で用いた解析モデルに対して, 実験 Case2 と同じ付着の条件で実施したアンカーライン引抜き試験の結果を用いて, 提案したモデルにより再現性の検証を行つた.

### 4.1 再現解析の条件

前章で提案したセグメント継手部のモデル化法を用いて, 継手曲げ実験 Case2 の再現解析を実施した. 解析で用いた物性値を表 4 に示す. 継手のアンカーラインとコンクリート間のせん断ばねの剛性は, アンカーラインの付着の状態により変化すると想定される. ここで, 継手のアンカーラインのみの引抜き試験は, 実物大の継手曲げ実験よりも簡易かつ短期間で実施できるため, 本解析では, 引抜き試験を実施することを前提とした. そのため, 継手曲げ実験 Case2 のアンカーラインと強度・公称径が同じねじ節鉄筋を使用し, コンクリートへの埋込み深さや防水テープによる養生条件を再現した引抜き試験を実施し, その結果をもとにせん断

ばねを設定した。せん断ばねのモデル化を図12に示す。引抜き試験の結果、コンクリートがコーン状に破壊し、破壊開始位置はコンクリート表面から深さ75mm程度の位置であった。この75mmのうち、防水テープによる養生がされていない長さ45mmを有効引抜き抵抗長さと判断した。前章と同様の考え方により、有効引抜き抵抗長さと、継手曲げ実験Case2のアンカーフレアの有効長の割合4割を考慮してせん断ばねを補正した。なお、セグメント間の接触ばねについては、前章と同じ設定とした。

## 4.2 解析ケース

解析ケースを表5に示す。前章と同様に条件を設定し、Case2-Aは継手の組立て余裕に起因する遊間を考慮しないモデル、Case2-Bは継手面の遊間を考慮したモデル、Case2-Cは継手面の遊間と継手金物間の遊間を考慮したモデルとした。なお、各遊間の値は前章の継手曲げ実験Case1の再現解析と同値とした。

本解析も自重と軸力を与えた後に変位増分を与えるステップ解析とし、解析の対象は $+1.0\delta_y$ と $+1.5\delta_y$ の正載荷を対象とした。

## 4.3 解析結果

再現解析により得られた、荷重-変位、継手アンカーフレアの引張ひずみ、コンクリート表面の圧縮ひずみを図13に示す。すべてのケースにおいて、アンカーフレアは降伏強度に達する前に、継手のせん断ばね(図12)で設定した2つめの挙動変化点に達して、実験の $+1.0\delta_y$ の正載荷と同程度の荷重で最大荷重に達した。接触ばねで継手面の遊間を表現したCase2-Bは実験の $+1.0\delta_y$ の正載荷の挙動を概ね再現する結果を示した。

表4 物性値(継手曲げ実験Case2)

構成部材	項目	諸元
セグメント主断面	設計基準強度	50 N/mm <sup>2</sup>
	ヤング係数 $E_c$	33 kN/mm <sup>2</sup>
	ボアソン比 $\nu_c$	0.2
	単位体積重量 $\gamma_c$	24.5 kN/m <sup>3</sup>
継手金物	ヤング係数 $E_s$	200 kN/mm <sup>2</sup>
	ボアソン比 $\nu_s$	0.3
	単位体積重量 $\gamma_s$	77.0 kN/m <sup>3</sup>
継手アンカーフレア	ヤング係数 $E_s$	200 kN/mm <sup>2</sup>
	ボアソン比 $\nu_s$	0.3
	単位体積重量 $\gamma_s$	77.0 kN/m <sup>3</sup>
	降伏強度	345 N/mm <sup>2</sup>

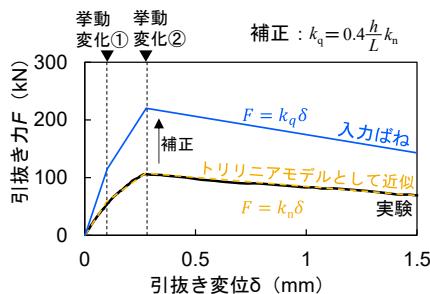


図12 せん断ばねのモデル化 (Case2)

表5 Case2 解析ケース

	1:継手面の遊間	2:継手金物間の遊間
Case2-A	0.0 mm	0.0 mm
Case2-B	0.2 mm	0.0 mm
Case2-C	0.2 mm	0.6 mm

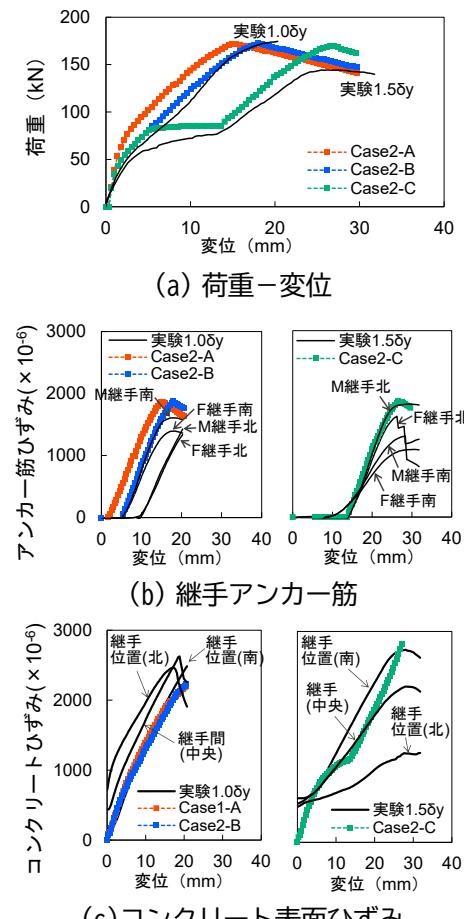


図13 解析結果

しかし、継手面の遊間はセグメントの製作精度や施工状態により異なることに留意して評価する必要があると考えられる。また、アンカー筋とコンクリート間のせん断ばねで継手金物間の遊間を表現した Case 2-C は、実験の  $+1.5 \delta_y$  の正載荷の挙動の特徴を捉えたが、実験と比較して初期勾配は大きく、荷重が一定のまま推移する変位も少し小さかった。この結果は、継手面と継手金物間の遊間の値を大きくすると、より一致する結果となると考えられる。

これらの結果から、継手面および継手金物間の遊間を考慮することにより、継手部の挙動の再現性が向上することを確認した。実務上は、遊間の値が未知である場合には、継手部の遊間を考慮しないことで継手部の剛性が大きくなることに留意して評価することが重要と考えられる。以上より、継手アンカー筋の引抜き試験の結果を用いて、提案したセグメント継手部のモデル化法により、継手曲げ実験 Case2 の挙動を再現できた。これより、提案したモデル化法の妥当性を確認するとともに、継手曲げ試験における継手部の挙動を再現できる可能性を示した。

## 5. シールドトンネルの構造解析への適用

本章では、鉄道シールドトンネルのモデルケースを設定し、提案したセグメント継手部のモデル化法を適用した構造解析の試算を実施した。本試算では、有限要素解析による回転特性の設定からシールドトンネルの構造解析までの一連の流れを示した。構造解析は、前述したはりーばねモデルによる骨組解析により実施した。本章では提案法の使用方法を例示することを目的とするため、作用は永久作用としての土水圧のみを考慮した。なお、提案法は地震時等の非線形挙動の影響が大きい場合に、従来法との差異が顕著になるものと考えている。

### 5.1 提案法を活用した構造解析の手順

提案したセグメント継手部のモデル化法を活用したシールドトンネルの構造解析について、その解析手順を図 14 に示す。まず、セグメント寸法、材料強度、適用する継手等の設計条件を踏まえ、継手部のモデル化に必要な要素実験を実施する。次に要素実験の結果に基づき、有限要素解析に必要なパラメータを決定し、セグメント継手部の継手曲げ試験を有限要素解析により実施する。この有限要素解析で算出した継手部の曲げモーメントと回転角の関係を整理し、継手部の回転特性を設定する。最後に設定した回転特性を適用したはりーばねモデルによる骨組解析を行い、シールドトンネルの各部材の断面力を算出する。

なお、セグメント継手部の回転特性の設定については、理論的に算定する方法や載荷実験による方法、有限要素解析による方法等があり、それぞれを荷重レベルによって組み合わせる場合もあるが、今回は有限要素解析でのみ回転特性を設定することとした。また、リング継手のせん断ばねの設定をはじめとした、はりーばねモデルによる骨組解析は、鉄道シールドトンネルの設計基準<sup>4)</sup>に準じて実施した。

### 5.2 試算条件

試算条件を図 15 に示す。モデルケースはトンネル土被りの異なる 3 ケースとした。セグメント寸法や使用する継手は、2 章の実物大継手曲げ実験と同じ条件とし、外径 7 m のシールドトンネルとして仕様を決定した。トンネルの解析モデルおよび作用を図 16 に示す。シールドトンネルにおいては、軟らかい粘性土では水圧を土圧の一部として含有し一体として算定する考え方方が用いられることが一般的である<sup>4)</sup>ため、土圧と水圧を一体として作用を算出した。また、シールドトンネルは法線方向の地盤ばねにより支持されるものと考え、トンネル法線方向の地盤反力係数を、鉄道シールドトンネルの設計基準<sup>4)</sup>に準じて  $2090 \text{ kN/m}^3$  とした。

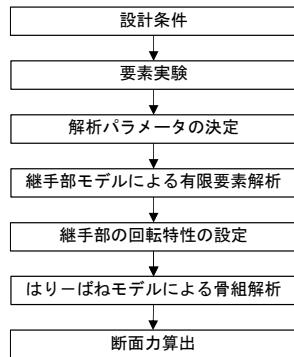


図 14 構造解析の手順

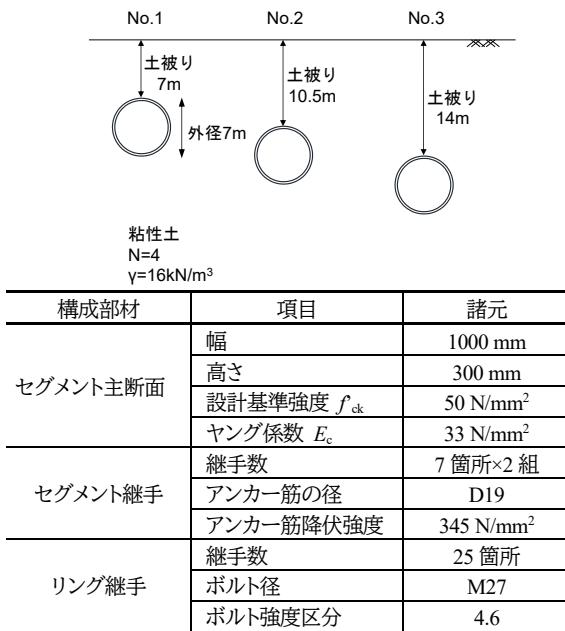


図 15 モデルケース

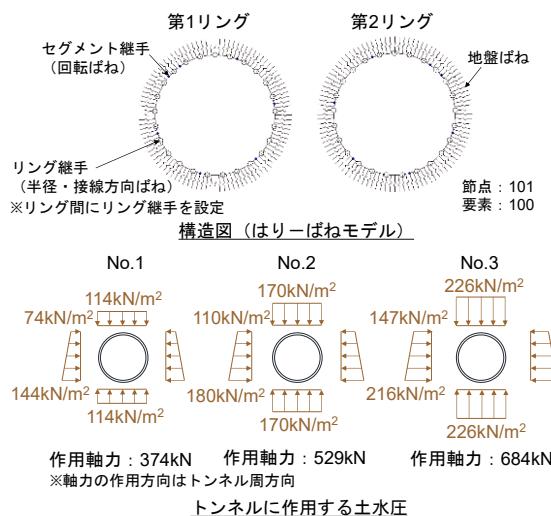


図 16 トンネルの解析モデルおよび作用

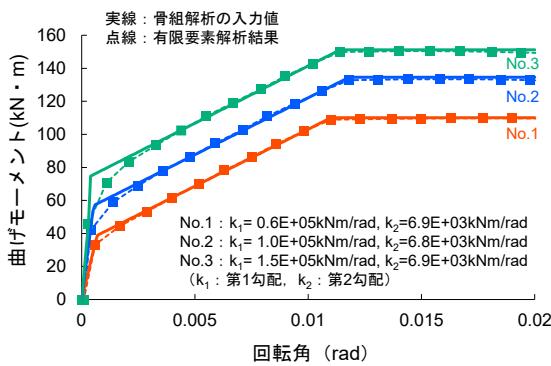


図 17 設定したセグメント継手部の回転特性

### 5.3 有限要素解析による回転特性の設定

本試算では、有限要素解析における継手部のモデル化に必要な要素実験を引抜き試験とし、引抜き試験の結果を用いた継手アンカーワーク～コンクリート間のせん断ばね等の解析パラメータの決定は、3章に示す（継手面および継手金物間の遊間は考慮しないモデル）を用いた。設定した鉄道シールドトンネルのモデルケース No.1～No.3 それぞれの荷重条件に応じた軸力を作用させて、曲げモーメントおよび回転角を算出した。

有限要素解析により設定した回転特性を図 17 に示す。対象とする荷重レベルでは、実験と解析において継手位置周囲から引張縁の継手面は概ね直線であることを確認した上で、回転角は図 18 より算出した。この有限要素解析の結果をトリリニアモデルとして近似し、骨組解析の入力値とした。なお、全ケースにおいて、曲げモーメントが一定となる第三勾配は  $k_3 = 0.1 \text{ kNm/rad}$  とした。

### 5.4 試算結果

はりーばねモデルによる骨組解析により算出した No.1 の断面力を図 19 に、各モデルケースの部材断面力の各最大値を表 6 に示す。すべてのケースにおいて、図 19 に示すようにトンネル上下にトンネル内側方

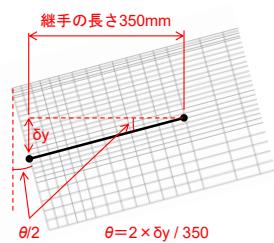


図 18 解析結果

表 6 断面力算出結果

部材	項目	No.1	No.2	No.3
セグメント	曲げ	55.3 kNm	102.7 kNm	152.4 kNm
主断面	せん断	44.1 kN	85.7 kN	129.5 kN
セグメント継手	曲げ	28.5 kNm	55.3 kNm	79.6 kNm
リング継手	せん断	30.3 kN	59.9 kN	94.1 kN

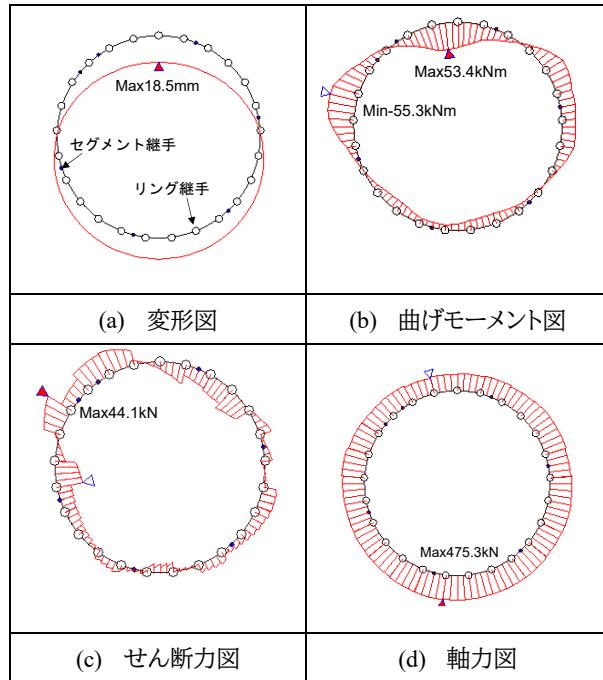


図 19 断面力図 (No. 1)

向の曲げモーメント、トンネル側方にトンネル外側方向の曲げモーメントが算出された。また、本試算では土被りが大きくなるほど、セグメント主断面とセグメント継手、リング継手すべての断面力は大きくなる結果となった。

以上のように、提案したセグメント継手のモデル化法によって継手部の回転特性を設定することが可能となった。また、これを用いて構造解析を行う一連の流れを例示することができた。これにより、1つのトンネルの中で複数の設計断面に対し、実際に近い条件の継手ばねを適用した構造解析も可能となると考えられる。

## 6. まとめ

本研究では、継手曲げ試験を補完する数値解析手法の構築に資することを目的として、実物大継手曲げ実験を実施し、この実験で把握した挙動をもとに三次元有限要素解析によりセグメント継手部のモデル化法を提案するとともに、シールドトンネルの構造解析の試算を行った。得られた知見を以下に示す。

- 1) 実物大継手曲げ実験において、継手アンカー筋の付着耐力の方が降伏耐力よりも大きい場合には、最大荷重以降に急激な荷重の低下が生じ、降伏耐力よりも小さい場合には、最大荷重以降に荷重の低下が生じる結果を得た。また、セグメント継手部の全体挙動を表現する上で、継手アンカー筋の降伏や引抜き、セグメント同士の継手面における接触等の局所的な挙動を考慮することが重要と示唆された。
- 2) 有限要素解析における継手部のモデル化手法を提案し、継手面・継手金物間の遊間等を表現することにより、アンカー筋のひずみの挙動が再現でき、実物大曲げ実験の荷重-変位の結果の再現性が向上することを確認した。
- 3) 有限要素解析における継手部のモデル化手法と継手アンカー筋の引抜き試験の結果を用いることで、継手曲げ実験の継手挙動を再現できる可能性を示した。
- 4) 提案した継手部のモデル化手法を用いた継手部の回転特性の設定から、シールドトンネルの構造解

析までの一連の流れを例示し、提案法の有用性を示した。

今後は、本研究の実験や解析結果の分析を深度化して設計におけるシールドトンネルの要求性能やそれを具体化した継手部の限界状態の検討を進めるとともに、多種多様な継手に対する提案したモデル化法の適用についても検討を進めることを考えている。

## 謝 辞

本研究の実物大継手曲げ実験は、戸田建設株式会社と日本ヒューム株式会社との共同研究で実施したものである。関係者の皆様には、実験の実施や載荷手順の検討等にあたり様々なご助言をいただいた。ここに深謝の意を表する

## 文 献

- 1) 木下 果穂、牛田 貴士、野城 一栄、細田 晓：シールドトンネルの要素実験を用いた継手部モデルの構築と構造解析への適用、土木学会論文集、Vol.81, No.15, pp.1-15, 2025
- 2) 土木学会：2016年制定トンネル標準示方書〔共通編〕・同解説/〔シールド工法編〕・同解説、2016
- 3) 村上博智、小泉淳：シールド工事用セグメントのセグメント継手の挙動について、土木学会論文集、第296号、pp.73-86、1980
- 4) 小山幸則：シールド工法におけるセグメント設計法の合理化に関する研究、京都大学博士学位論文、1999
- 5) 国土交通省鉄道局監修、鉄道総合技術研究所編：鉄道構造物等設計標準・同解説 トンネル・シールド編、丸善出版、2022
- 6) 小山幸則、岡野法之、清水満：シールドトンネルにおけるセグメント継手の3次元有限要素解析、トンネル工学研究発表会論文・報告集、第5巻、pp.397-402、1995
- 7) 田嶋仁志、岸田政彦、深井直光、斎藤正幸：三次元モデルを用いたシールドトンネルの施工時荷重に関する検討、トンネル工学報告集、Vol.14、pp.353-360、2004
- 8) 有泉毅、竹内友章、江森吉洋：ボルト締結を伴わない継手を用いたシールド工事用セグメント設計法に関する研究、土木学会論文集F、Vol.65、No.4、pp.414-433、2009
- 9) 燃田真司、仲山貴司、小西真治、赤木寛一：シールドトンネルのひび割れ進展過程に関する一考察、土木学会論文集F1、Vol.67、No.3、pp.109-116、2011
- 10) 石村利明、真下英人、森本智：三次元シェルモデルを用いた施工時荷重の影響に関する一考察、トンネル工学報告集、Vol.22、pp.303-308、2012
- 11) 中山卓人、野城一栄、牛田貴士、木下果穂：鉄道単線シールドトンネルの地盤条件による発生断面力の差違に関する一考察、地盤工学研究発表会発表講演集、Vol.58、11-3-3-06、2023
- 12) 木下果穂、牛田貴士、中山卓人、野城一栄、田中宏典：シールドトンネルの発生軸力を考慮した継手曲げ試験（その2：試験結果）、土木学会年次学術講演会講演概要集、Vol.78、III-144、2023
- 13) 野城一栄、平田亮、岡野法之、小島芳之：種々の材料からなる山岳トンネル覆工の変形破壊挙動に関する研究、土木学会論文集F1（トンネル工学）、Vol.71、No.2、pp.78-94、2015

# 鉄道総研報告

## RTRI REPORT

## 2台車検測車で計測された軌道変位に基づく 複数連橋りょう群の桁たわみ推定法

服部 紘司\* 松岡 弘大\* 田中 博文\*\*

**A Method for Estimating Bridge Deflection of Multi-bridge Section Based on Track Geometries  
Measured by 2- Bogie Track Inspection Vehicle**

Koji HATTORI Kodai MATSUOKA Hirofumi TANAKA

A drive-by methodology for estimating bridge deflection based on the difference between two track geometries (DTG) has been proposed. Through numerical simulations, this paper demonstrates that the DTG in a section of consecutive simply supported bridges is equal to the sum of the DTG of each bridge. Based on this property, we propose a simultaneous estimation method for each bridge deflection using linear regression. On-site verification on five consecutive bridges indicates that the proposed method can estimate bridge deflection with an error of 3% or less, provided that the bearings are defect-free.

キーワード：車上計測、桁たわみ、軌道変位、隣接橋りょうの影響

### 1. はじめに

橋りょうなどの大量の構造物の効率的な維持管理を実現するため、センサ等を利用した構造ヘルスモニタリングが広く検討されてきた<sup>1)~11)</sup>。鉄道分野では橋りょう性能に関する代表的指標である桁たわみ<sup>9)</sup>の構造ヘルスモニタリングが検討されており、特にレールのゆがみや凹凸を管理するため走行車両上から日常的に計測される動的軌道変位を活用した方法論の構築が進展しつつある<sup>12)~15)</sup>。ここでの軌道変位は、レール長手方向の軌道変位の鉛直方向成分である高低変位を指す。以下軌道変位と記載した場合も同様とする。

ここで、列車荷重載荷時に計測される軌道変位を動的軌道変位と一般に呼び<sup>16)17)18)</sup>、静的軌道変位と呼ばれるレールのゆがみや凹凸といった軌道の形状成分と、桁たわみなどの構造物の変形成分の2つを含む。このため鉛直方向の動的軌道変位を用いた橋りょうの構造ヘルスモニタリングでは、静的軌道変位と構造物の変形成分との分離が課題であった<sup>4)</sup>。松岡らは、先頭と最後尾車両など2箇所で計測された動的軌道変位の差分により両者の共通成分として静的軌道変位を相殺することで、荷重条件の違いにより生じる橋りょう変形成分のみを抽出する方法論を提案している<sup>10)11)12)</sup>。また、荷重条件の異なる2つの動的軌道変位差分が列車通過時の桁たわみ最大値に比例することを理論的に導出している<sup>12)</sup>。

走行する車両上から動的軌道変位を計測する方法は慣性法と差分法に大別される<sup>19)</sup>。前者は加速度の2階積分および加速度計測位置とレールの相対変位を用いて、後者は着目点の前後位置を結ぶ直線と着目位置の相対変位として、それぞれ動的軌道変位を計測する。既存の桁たわみ推定法は前者の慣性法により得られた動的軌道変位の利用を前提としている<sup>12)</sup>。一方、在来線を中心に広く利用されている2台車方式の検測車両は差分法に基づき動的軌道変位を計測する<sup>13)</sup>。差分法では慣性法と同様に桁たわみ以外の静的軌道変位が混在するほか、前後位置の構造物の変形が動的軌道変位の計測値に影響する<sup>13)</sup>。このため、在来線橋りょうの桁たわみを車上から推定するためには、既存の慣性法を前提とした桁たわみ推定法で採用さ

\* 鉄道力学研究部 構造力学研究室  
\*\* 軌道技術研究部 軌道管理研究室

れる 2 つの動的軌道変位の差分による静的軌道変位の除去だけでは不十分であり、差分法で計測された動的軌道変位に混入する隣接構造物の変形成分の評価と分離手法を新たに構築する必要がある。

本研究では、隣接橋りょうの影響を考慮した動的軌道変位差分に基づく複数連の橋りょう群の桁たわみ一括推定法の構築を目的とする。まず、重ね合わせによる動的軌道変位差分計算の可否を調べるため、複数の単純桁が連続する橋りょう区間にに対して、全橋りょうをモデル化した場合と、1 橋りょうのみをモデル化して算出した軌道変位を重ね合わせて作成した動的軌道変位差分とを比較する。次に、上記比較の結果を踏まえ、動的軌道変位差分の各橋りょう成分を基準波形とその振幅を制御する振幅パラメータの積として表現し、各橋りょう成分の線形結合により橋りょう区間全体の動的軌道変位差分を定式化する。これにより、複数の単純桁が連続する区間の橋りょう群の桁たわみ推定を、各橋りょうの振幅パラメータを未知パラメータとした線形回帰問題に帰着させ、各橋りょうの桁たわみの一括推定を可能とする。最後に、実路線での有効性を検証するため、瀬戸大橋区間における支間長約 13m の単純支持縦桁 5 連が連続する区間で計測された動的軌道変位差分に提案手法を適用することで推定した結果を地上計測結果と比較し、推定精度を検証する。

なお、本稿は文献 20 を基に一部内容を削除し再構成したものである。手法の詳細については文献 20 を参照されたい。

## 2. 桁たわみと軌道変位の関係

### 2.1 2台車検測車で得られる動的軌道変位の特徴

日本では、3 台車 6 軸の特殊な車軸配置を有する検測車両だけでなく、一般的な 2 台車 4 軸車両で差分法による計測が可能な 2 台車検測車が広く普及している<sup>13)19)</sup>。

図 1 に、2 台車検測車による軌道変位の計測原理を示す。動的軌道変位の評価には 2 台車を有する 1 車両内 4 車軸のうち 3 軸の相対変位である偏心矢軌道変位 (Asymmetrical Chord offset Track Geometry : ACTG) が利用される<sup>19)</sup>。なお、以下単に ACTG と呼ぶが、軌道の形状成分と構造物の変形成分の両方を含む動的軌道変位である点に留意されたい。

同図には 2 台車検測車で一般的に計測される、車軸 1 および車軸 4 の変位を 0 とした場合の車軸 2 および車軸 3 の相対変位である 124ACTG および 134ACTG の関係を示す。形状成分である静的軌道変位は 2 つの ACTGs で変化しないが、変形成分である橋りょうの桁たわみは車軸 2 と車軸 3 に対する車軸 1 と車軸 4 の配置の違いにより変化する。したがって、124ACTG と 134ACTG の差は、静的軌道変位の影響を除去したうえでの構造物の変形成分、すなわち荷重配置の違いに起因した橋りょうの桁たわみの違いを表す。

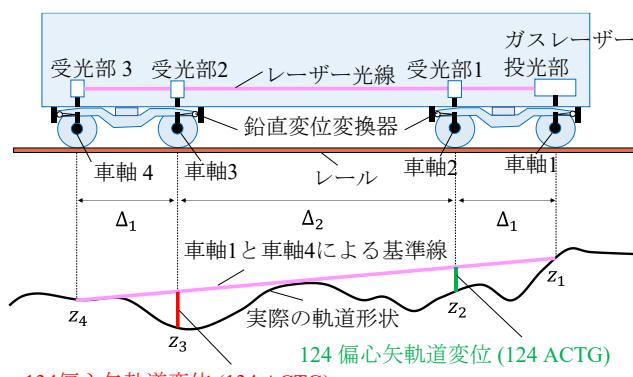


図 1 2 台車検測車による軌道変位の計測原理

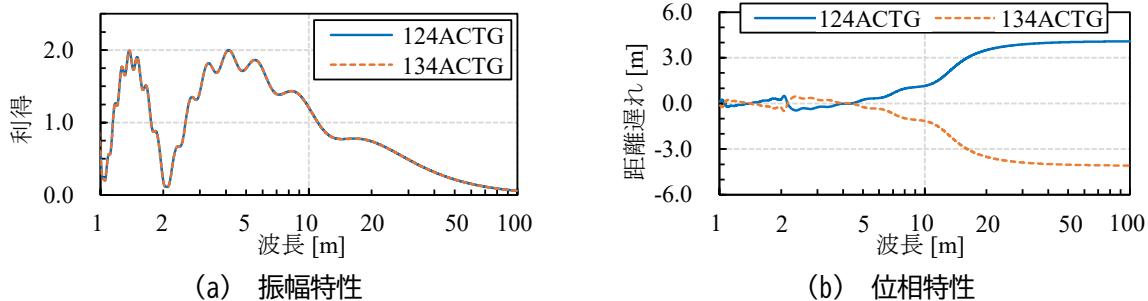


図2 2台車検測車で得られるACTGの検測特性

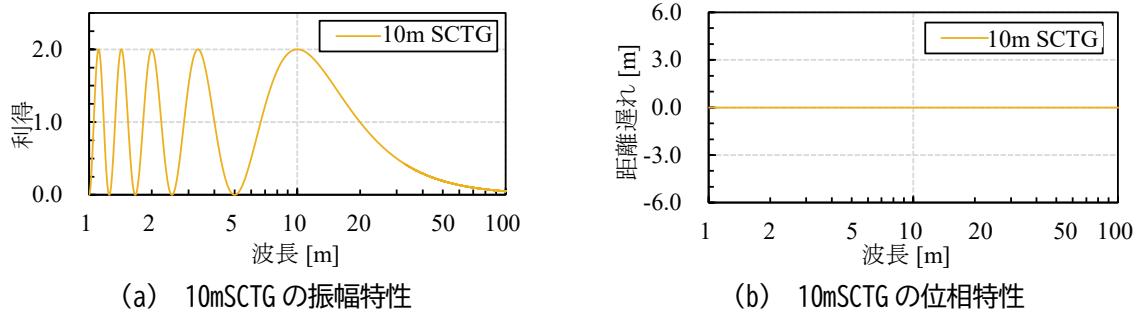


図3 10mSCTGの検測特性

図2に在来線で利用される一般的な2台車検測車（軸距 $A_1 = 2.1\text{m}$ ,  $A_2 = 12.3\text{m}$ （図1））における2つのACTGsの位相特性を示す。振幅特性は2つのACTGsで一致するが、位相は波長に応じて正負逆の遅れを有している。そのため、2つのACTGsの差分を計算するためには、ACTGの波長に応じた位相ずれ（距離遅れ）<sup>13)</sup>を除去する必要がある。ここで、2つのACTGsを位相がフラットな10m弦正矢軌道変位（10m Symmetrical Chord offset Track, Geometry: 10mSCTG）に変換し位相特性を一致させれば、両者の差分を計算可能となる。

図3に、10mSCTGの検測特性を示す。ここで、10mSCTGは評価位置の前後5m位置の変位に対する相対変位であり、図3(b)に示すように10mSCTGではACTGで見られたような距離遅れがない性質を持つ。後述するフィルタ処理によりACTGから10mSCTGへ変換可能である。124ACTGおよび134ACTGを10m弦正矢に変換したものをそれぞれ10mSCTG(124)および10mSCTG(134)と呼び、これら2つの10mSCTGsの差分を動的軌道変位差分と呼ぶ<sup>13)</sup>。

こうして得られた動的軌道変位差分は、上述の原理から軌道変位の形状成分が除去された構造物の変形成分の一部であるため、桁たわみ推定における重要な指標となる。一方で、2台車検測車で得られる動的軌道変位差分は、対象とする橋りょう前後の構造物の変形の影響により、地上で計測される桁たわみとの単純な比例関係は成り立たない<sup>13)</sup>。

図4に、構造物の変形が差分法による動的軌道変位に与える影響を示す。差分法では、前後の基準位置のレール変位を結んだ線を基準線とし、基準線からレールまでの相対変位を計測位置での軌道変位として計測する。差分法は、軌道検測車の導入以前の人力での軌道変位計測と原理的に同じで、軌道の管理基準とも整合するため、先述した2台車検測車を含めた多くの軌道検測車が差分法に基づく計測方式を採用してきた。ただし、計測位置のほか、前後の基準位置において構造物の変形が生じる場合に、この影響が計測位置の軌道変位の評価値に影響する。同図の基準位置で構造物の変位が生じた場合、構造物の変形により基準線が下側に移動する。これにより計測位置でのレール鉛直変位に変化がないにも関わらず軌道変位は赤矢印から緑矢印へと変化する。

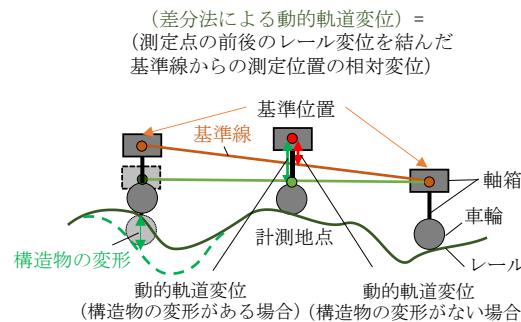


図4 構造物の変形が差分法による動的軌道変位に与える影響

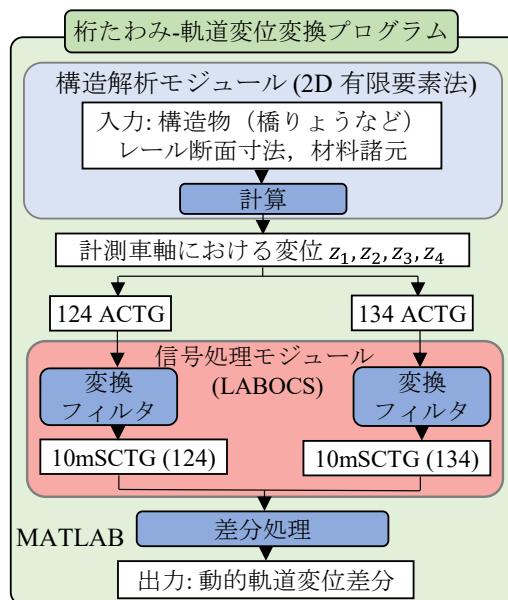


図5 桁たわみ - 軌道変位変換プログラム

以上の原理から、差分法により得られた動的軌道変位では、例えば計測位置が存在する橋りょうの桁たわみのほか、隣接橋りょうの桁たわみや橋台裏盛土の変形などが物理的に影響する。この影響が解明できれば桁たわみ推定法につながるため、次節において、動的軌道変位差分の橋りょうごとの独立性に着目した分析を行う。

## 2.2 隣接橋りょうの影響と独立性

動的軌道変位差分の橋りょうごとの独立性については文献14でも述べられているが、本研究での根幹となる内容であるのでここで再度詳述する。隣接橋りょうの影響に関する特徴を明らかにするため、桁たわみ - 軌道変位変換プログラムと呼ばれるツールを利用した検討を行った。

図5に、桁たわみ - 軌道変位変換プログラムの概要を示す。本プログラムは、構造解析モジュールおよび、軌道保守管理データベースシステム LABOCS<sup>21)</sup>を利用した信号処理モジュールから構成される。構造解析モジュールでは通常の有限要素解析と同様に、橋りょうとレールを2D有限要素によりモデル化し、軌道検測車と同じ軸配置と軸重を有する荷重列走行時の準静的な変位応答を計算する。出力結果として、4つの車軸位置レール変位を記録し1軸と4軸に対する2軸位置の偏心矢軌道変位である124ACTGおよび同3軸位置の偏心矢軌道変位である134ACTGを計算する。その後信号処理モジュールとしてLABOCSを呼び出し、124ACTGと134ACTGに変換フィルタ処理を行い、位相特性がフラットな2つの10m弦正矢軌道変

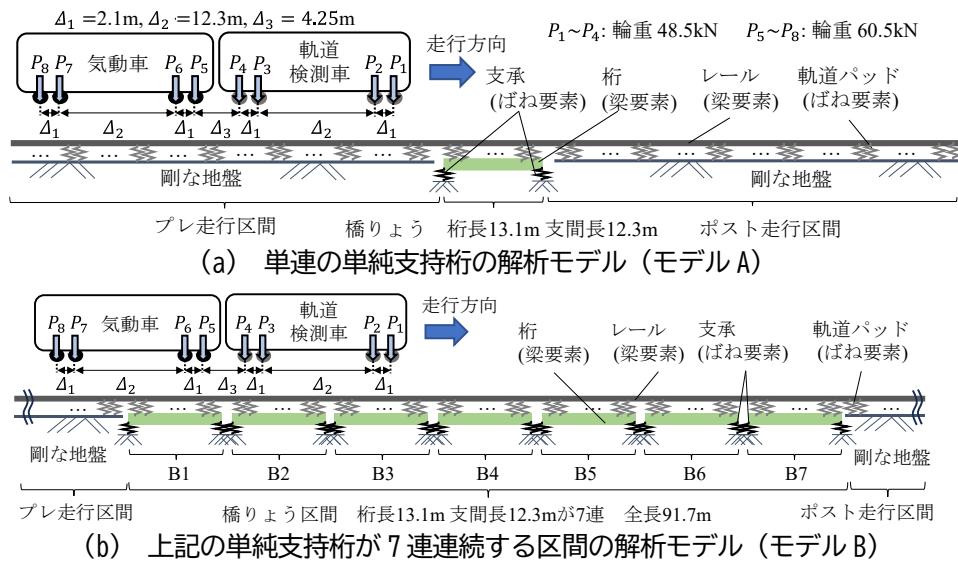


図 6 軌道変位差分の橋りょうごとの独立性と重ね合わせに関する検討用モデル

表 1 解析に用いた橋りょうおよび軌道の諸元

レールの曲げ剛性	$6.47 \times 10^6 \text{ (N} \cdot \text{m}^2)$
軌道パッドの鉛直ばね定数	$4.00 \times 10^7 \text{ (N/m)}$
桁の曲げ剛性	$1.41 \times 10^9 \text{ (N} \cdot \text{m}^2)$
支承の鉛直ばね定数	$1.00 \times 10^{11} \text{ (N/m)}$

位 (10mSCTG(124) および 10mSCTG(134)) が算出される。最後に, 10mSCTG(124) および 10mSCTG(134) の差分を計算することで, 静的軌道変位が除去され構造物の変形のみが含まれる軌道変位差分を出力する。

上記の計算ツールを用いて, 図 6 に示す支間長 12.3m の単純支持桁のモデル A および B を用いて軌道変位差分の橋りょうごとの独立性と重ね合わせに関する分析を実施した。なお, 当該橋りょうおよび車両は実在する在来線の単純支持桁連続区間を対象としたものである。ここでは, 桁, レールを梁要素で, 軌道パッド, 支承をばね要素でモデル化している。表 1 に, 解析に用いた橋りょうおよび軌道の諸元を示す。解析では, 図中左から右へ二両編成の軌道検測車を模擬した荷重列を 0.1m ずつ移動させる準静的な計算を繰り返す。なお, 解析の詳細は文献<sup>13)14)</sup>を参照されたい。

図 7 にモデル A で得られた軌道変位差分を示す。モデル A の結果では単連の単純支持桁にも関わらず, 橋りょう区間以外でも小さくない軌道変位差分が生じる。モデル A により算出した単連の軌道変位差分を基準波形と呼び, モデル B と同様に位置をずらして 7 連分足し合わせる。図 8 はモデル A を 7 連分配置した結果を示す。ある 1 つの橋りょうに着目した場合でも 1 つ手前の橋りょうの軌道変位差分の影響を大きく受けることがわかる。図 9 はモデル A により算出した単連の軌道変位差分を重ね合わせた結果と単純支持桁 7 連分をモデル化したモデル B の軌道変位差分を示す。両者の軌道変位差分は良好に一致するため, 隣接橋りょうの桁たわみが当該橋りょうの軌道変位差分に及ぼす影響は, 隣接橋りょう単連の当該橋りょう位置における軌道変位差分が重畠したものである。したがって, 高い計算負荷とモデル化労力を掛けてすべての橋りょうをモデル化する必要はなく, 各橋りょうのモデルで計算した軌道変位差分を重ね合わせることで当該区間の軌道変位を再現できる。このような重ね合わせが可能であるといった性質は, 各車軸でのレール変位計測から軌道変位差分までの処理がすべて線形変換であるために成立しており, 本検討により初めて実証された。

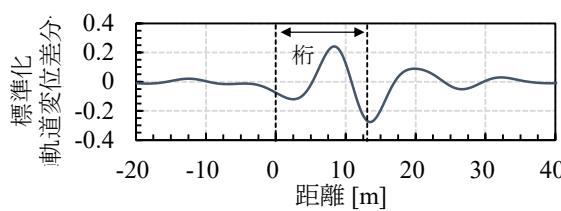


図7 モデルA(単連)の軌道変位差分

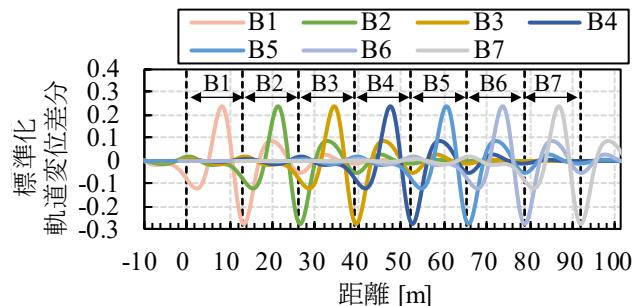


図8 モデルAの7連分の重ね合わせ

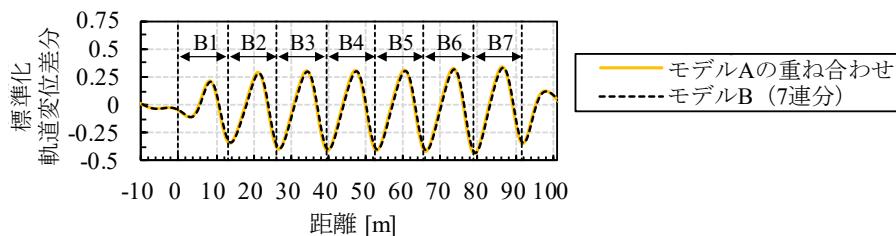


図9 軌道変位差分におけるモデルAの重ね合わせとモデルBの比較

以上より、少なくとも同じ支間長の桁が連続し、単純桁のように変形が橋りょう内で生じ線形性を持つ場合について、各橋りょうの桁たわみにより得られる基準波形は桁間で独立であり、1連の桁で算出した動的軌道変位差分の基準波形の重ね合わせにより複数連の橋りょう区間の動的軌道変位差分を再現できることを明らかにした。この特徴を利用して複数連すべての橋りょうのFEMモデルを逆解析せずとも、各橋りょうの基準波形の振幅のみを求めて桁たわみを推定できると考えられる。

### 3. 動的軌道変位差分に基づく桁たわみ推定手法

上記の通り、2台車検測車で計測された軌道変位差分が橋りょうごとに線形分離可能であれば、最小二乗法による線形回帰を用いて推定できる。 $y$ を軌道変位差分が収納された  $m \times 1$  の行ベクトル、 $X$ を橋りょうごとに事前に解析して得られる軌道変位(図7の基準波形)から構成される  $m \times n$  の特性行列、 $a$ を各橋りょうの振幅パラメータを示す  $1 \times n$  の列ベクトルとすると、

$$y = Xa \quad (1)$$

が成り立つ。ここで  $m$  は軌道変位のサンプル数、 $n$  は橋りょう数である。

図10に、式(1)を構成する行列の要素について模式的に示す。特性行列  $X$  は、基準波形  $x_{ref}$  を1橋りょうあたりの軌道変位データ数  $d_b$  だけ列方向にずらして橋りょう数  $n$  個分だけ配置する。ここでは、基準波形  $x_{ref}$  のデータ数を  $r$  として  $1 \times r$  の列ベクトルとしている。

式(1)において、 $y, X$ を既知、振幅パラメータ  $a$ のみが未知とすると、複数連の橋りょう区間の桁たわみ推定問題は、被説明変数  $y$  と説明変数  $X$  の線形回帰問題となるため、 $a$ の推定値を  $\hat{a}$  とすると、

$$\hat{a} = (X^T X)^{-1} X^T y \quad (2)$$

として求められる。基準波形の振幅は各橋りょうの桁たわみに比例するため、基準波形の大きさは各桁の桁たわみの大きさ(以下、 $b$ とする)に比例するため、推定された  $\hat{a}$  に対して基準波形を算出した際の桁た

$$n\text{連の桁による 基準波形 } \mathbf{x}_{ref} \text{ により 振幅パラメータ} \\ \text{動的軌道変位差分 構成される特性行列 } \mathbf{X} \text{ と } \mathbf{a} \\ \mathbf{y} = \mathbf{X} \mathbf{a}$$

$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{ref} \\ x_1 \\ \vdots \\ x_r \\ \vdots \\ x_1 \\ \vdots \\ x_r \\ \vdots \\ x_1 \\ \vdots \\ x_r \\ \vdots \\ x_1 \\ \vdots \\ x_r \end{bmatrix} \mathbf{X} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{n-1} \\ a_n \end{bmatrix}$

橋りょう数  $n$

$d_b$  は 1 橋りょう分の軌道変位データ数  
 $d_b = \frac{L}{\Delta x}$   
 $L$  : 橋りょう長  
 $\Delta x$  : 軌道変位のサンプリング間隔

図 10 式(1)を構成する行列の要素

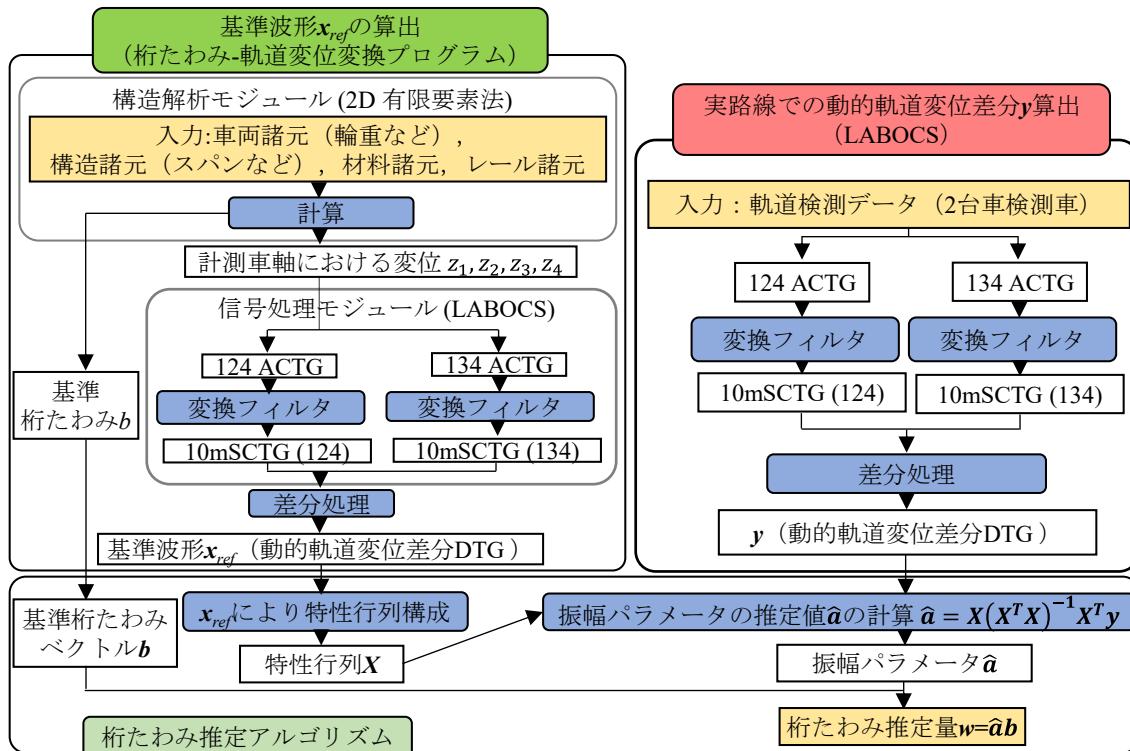


図 11 複数連の橋りょう区間における桁たわみの一括推定法の全体フロー

わみ  $\mathbf{b}$  を乗じることで各桁の桁たわみを推定できる。ここで、桁たわみの推定値を以下  $w$  とする。また、橋りょう種別と支間長が同じ場合には、推定された  $\hat{\mathbf{a}}$  の各要素の比は桁たわみ最大値の比もしくは桁剛性の比と等価である。

図 11 に、今回提案する複数連の橋りょう区間における桁たわみの一括推定法の全体フローを示す。まず、図中左に示すように、桁たわみ - 軌道変位変換プログラムにより対象とする橋りょうの諸条件を入力として基準波形  $\mathbf{x}_{ref}$  を算出する。同時に、構造解析モジュールから出力される桁たわみを基準桁たわみ  $\mathbf{b}$  として記録する。その後、対象区間の支間長・橋りょう数に応じて、基準桁たわみベクトル  $\mathbf{b}$  を基準桁たわみ  $\mathbf{b}$  を用いて構成し、特性行列  $\mathbf{X}$  を基準波形  $\mathbf{x}_{ref}$  を用いて構成する。続いて、図右上で実路線での動的軌道変位差分  $\mathbf{y}$  の算出過程を示す。2 台車検測車で計測された軌道検測データをもとに、軌道保守管理データベースシステム LABOCS により動的軌道変位差分  $\mathbf{y}$  を算出する。以上の処理により、特性行列  $\mathbf{X}$  と動的軌道変位差

分 $y$ が得られるため、式(2)に基づき、橋りょうの振幅パラメータの推定値 $\hat{a}$ を求める。その後、振幅パラメータの推定値 $\hat{a}$ に基準桁たわみベクトル $b$ を乗じることで、たわみの推定値 $w$ が得られる。

## 4. 実路線での検証

### 4.1 検証橋りょう

提案した桁たわみ一括推定法の実路線での有効性と精度を検証するために、瀬戸大橋区間において連続的に敷設されている鉄道縦桁<sup>22)23)</sup>を対象とした検討を実施した。瀬戸大橋では、同じ支間長・諸元の縦桁が数100連連続して敷設されており、桁たわみの差異から推定される桁剛性の差異の評価が補修や検査の優先順位付けとして維持管理実務の効率化に直結する<sup>22)</sup>。ここでは検証区間として、橋長13.1m、支間長12.3mの縦桁5連が隣接する区間を選定し、当該区間で過去に2台車検測車により計測された軌道変位に提案手法を適用して5連の桁たわみを一括推定するとともに、地上での桁たわみ計測試験を実施し、提案手法の桁たわみ推定精度を検証する。

図12に縦桁5連からなる橋りょう区間の概要を示す。当該橋りょうは単線桁であり、対象桁を含む5連の桁種別はいずれも鋼2主デッキガーダー形式<sup>23)</sup>である。5連の桁は、列車進入側からT5, T4, …, T1と呼称する。軌道は鋼橋直結III型軌道であり、レールが軌道パッドを介して鋼桁上フランジに締結されている。支承は線支承であり、列車進入側が固定、列車退出側が可動となっている。なお、5連の桁にはいずれも顕著な腐食やき裂などの変状は確認されていない。また、本区間は瀬戸大橋区間における全長約1.6kmの吊橋の中央付近に位置している。

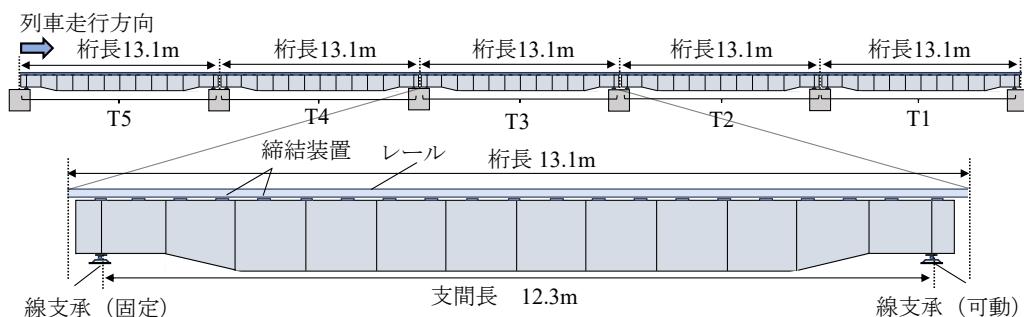


図12 測定対象橋りょうの模式図

### 4.2 桁たわみ一括推定法の適用結果

当該区間を走行する2台車検測車は1両目が軌道検測車、2両目が気動車となる2両編成で構成され、車軸配置は2章で示したとおりである。列車速度は約50km/hである。2台車検測車により計測された軌道変位は、地上子との通信記録をもとに位置が同定された後、0.25m刻みの距離系列データに変換される。計測された2つのACTGsである124ACTGと134ACTGは、桁たわみ-軌道変位変換プログラムと同様の変換フィルタにより、10mSCTG(124)および10mSCTG(134)に変換される。2つの10mSCTGsの差分をとることで、桁たわみ一括推定法を適用する動的軌道変位差分が算出される。また、今回の分析では軌道変位に含まれる長波長成分は不要であるため、波長25m-30mを遷移帯域としたフィルタにより概ね30m以上の波長を有する軌道変位を除去した。

図13に、桁たわみ推定手法の実路線検証結果を示す。図(a)に当該区間を走行した軌道検測車で得られた

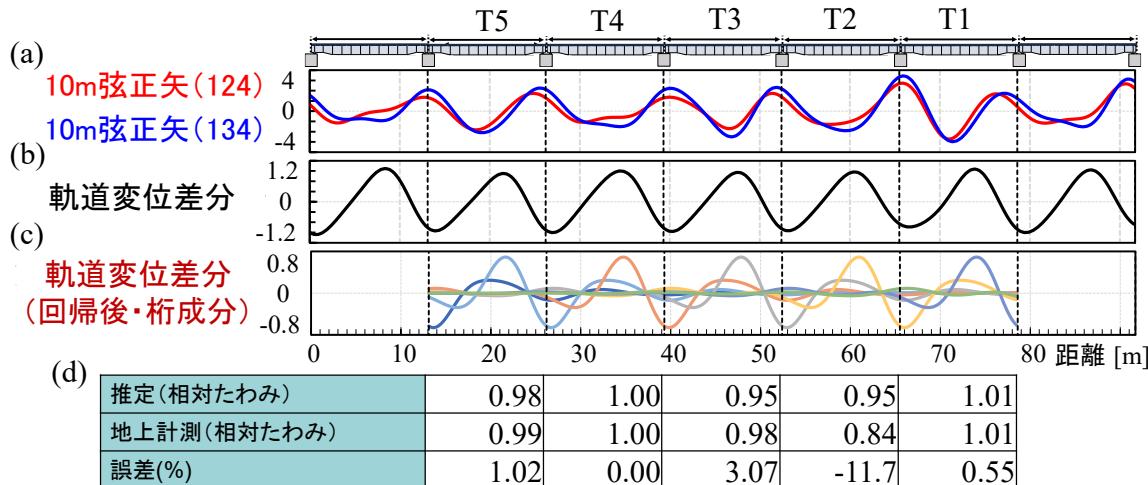


図 13 実路線における 5 連の単純支持桁での検証結果

2 つの偏心矢軌道変位から算出した 10mSCTG (124) および (134)を示す。桁たわみ以外の静的軌道変位が混在している影響により、同じ諸元の桁 T5~T1 であっても振幅および最大値が異なる。図(b)に、(a)の2つの 10m 弦正矢の差分である軌道変位差分を示す。軌道変位差分では静的軌道変位の影響は相殺され、波長や特徴がおおむね等しい波形が各橋りょうで得られる。図(c)に、提案した橋りょう群の桁たわみ一括推定手法により算出した橋りょうごとの軌道変位差分の成分を示す。図(d)に、桁 T1 から T5 の 5 連における桁たわみの推定結果、地上計測結果およびそれらの誤差を示す。なお、本検証では、T4 の桁たわみ基準とした相対たわみにより推定手法の精度を検証した。誤差は最大で桁 T2 の-11.7%であるが、その他は誤差 3%程度で桁たわみを推定できている。したがって、実路線でも本手法により隣接橋りょうの影響を考慮したうえで桁たわみを一定精度で推定できることがわかる。

なお、誤差が 12%程度生じた橋りょうは支承部に浮きが生じていることを地上計測により確認している。当該橋りょう支承部の振幅も他橋りょうに比べて小さい。支承浮きは今回の基準波形では考慮していないために誤差が増加した可能性が指摘できる。逆に言えば、この誤差と支承浮きの関係性を解明できれば、軌道変位差分により支承浮きを検知できる可能性がある。

## 5. まとめ

本研究では、計測値に隣接橋りょうの変形の影響が混入するため、これまで桁たわみ推定に利用できなかった 2 台車検測車で得られる動的軌道変位差分に着目し、隣接橋りょうの影響評価を含む桁連続区間の桁たわみ一括推定法を提案した。主な結果を以下にまとめる。橋りょう(支間長約 12m)連続区間の軌道変位差分が各単一橋りょうの軌道変位差分の重ね合わせであることを数値解析により明らかにし、各橋りょうの桁たわみの大きさと軌道変位差分の関係を定式化した。

- ・事前に計算した各橋りょう単一の軌道変位差分を説明変数とした線形回帰により隣接橋りょうの影響を考慮して、各橋りょう桁たわみを一括推定する方法を提案した。
- ・実際の長大橋区間における隣接 5 連の橋りょう通過時に計測された軌道変位差分に提案手法を適用し、各橋りょうの相対的な桁たわみを推定した。
- ・推定結果と地上計測結果を比較することで、橋りょう支承にあおりがない場合、提案手法は地上計測と誤差 3%以内で各橋りょうの相対的な桁たわみを推定できることを実証的に示した。

今後の課題は以下である。

- ・実路線での検証においては支承あおりが存在する場合に桁たわみの推定精度が低下した。今後、別途開発を行っている支承あおり推定法との併用により、支承あおりを考慮した桁たわみ推定法を構築する必要がある。
- ・本研究では 60km/h 程度までの走行速度を前提としたため、橋りょうの動的応答<sup>24)</sup>や走行車両の輪重変動<sup>24)</sup>の影響は十分に小さいと仮定した。今回の結果にはこれらの影響は確認されていないが、今後、より高速で走行する場合を見据え、数値解析などによる検証が必要であると考える。
- ・本研究では実務的要請の高い特定の橋りょう区間を対象としたが、異なる支間長の橋りょうが連続する場合や、連続桁、橋りょうの前後に盛土区間を含む場合<sup>25)</sup>など、より一般的な条件での提案手法の適用性を検討していく必要がある。

また、支間長が長い場合にはそもそもその桁たわみに対する動的軌道変位差分の感度が低下するため、適用範囲に制限が存在する可能性が高い<sup>15)</sup>。また、支承あおりの影響の検討においては本研究で対象とした片側レールだけでなく左右レールの変位差も重要な指標となる可能性がある。これらの課題については現在、別途検討を進めており、結果が整理でき次第、別稿にて論じることとしたい。

## 謝 辞

本研究の一部はデジタル技術を用いた設備等のメンテナンスに関する四国旅客鉄道株式会社・公益財団法人鉄道総合技術研究所による共同研究の一環として実施された。この場を借りて厚くお礼申し上げる。

## 文 献

- 1) Fujino, Y. and Siringoringo, D. M.: Bridge monitoring in Japan: the needs and strategies, *Structure and Infrastructure Engineering*, Vol.7, No. 7-8, pp. 597-611, 2011.
- 2) 小林潔司、貝戸清之、松岡弘大、坂井康人：時系列モニタリングデータ活用のための長期劣化進行モデリング、土木学会論文集F4(建設マネジメント), Vol.70, No.3, pp.91-108, 2014
- 3) Yang, Y. B., Lin, C. W. and Yau, J. D.: Extracting bridge frequencies from the dynamic response of a passing vehicle, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 272, No. 3-5, pp. 471-493, 2004.
- 4) Hester, D. and González, A.: A discussion on the merits and limitations of using drive-by monitoring to detect localized damage in a bridge, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 90, pp. 234-253, 2017.
- 5) Nagayama, T., Rekswardojo, A. P., Su, D. and Mizutani, T.: Bridge natural frequency estimation by extracting the common vibration component from the responses of two vehicles, *Engineering Structures*, Vol. 150, pp. 821-829, 2017.
- 6) Bernardini, L., Matsuoka, K. and Collina, A.: Indirect frequency estimation by time-shifted accelerations subtraction: generalization of the methodology and numerical application on a Warren truss bridge, *Journal of Sound and Vibration*, 118491, 2024.
- 7) 松岡弘大、貝戸清之、徳永宗正、渡辺勉、曾我部正道：走行列車の車軸加速度応答を用いた橋梁振動特性の抽出、土木学会論文集F4(建設マネジメント), Vol.68, No.3, pp.175-192, 2012
- 8) Matsuoka, K., Kaito, K. and Sogabe, M.: Bayesian time-frequency analysis of the vehicle-bridge dynamic interaction effect on simple-supported resonant railway bridges. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 135, 106373, 2020.
- 9) Tokunaga, M.: Displacement response waveform restoration of simply supported bridge during train passage using measured acceleration integration based on linear vibration theory, *Structures*, Vol.64, 106462, 2024.
- 10) Matsuoka, K., Tanaka, H., Kawasaki, K., Somaschini, C. and Collina, A.: Drive-by methodology to identify resonant bridges using track irregularity measured by high-speed trains, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 158, 107667, 2021.
- 11) 松岡弘大、川崎恭平、田中博文、常本瑞樹：高速鉄道車両の車体上下加速度を利用した車上からの共振橋梁の検知手法、土木学会論文集 A1(構造・地震工学), Vol. 77, No. 1, pp. 146-164, 2021
- 12) 松岡弘大、田中博文：車上計測された軌道変位に基づく鉄道橋の準静的な桁たわみ推定法、土木学会論文集, Vol. 79, No.

15, 22-15051, 2023

- 13) 服部紘司, 松岡弘大, 田中博文: 軌道変位に基づく桁たわみ推定のための桁たわみ-軌道変位変換プログラムの構築, 土木学会論文集, Vol.80, No.15, 23-15047, 2024
- 14) 服部紘司, 松岡弘大, 田中博文, 軌道変位に基づく桁たわみ推定における隣接橋りょうの影響, 第 30 回鉄道技術連合シンポジウム (J-Rail2023) 講演概要集, pp. 134-137, 2023
- 15) 松岡弘大, 服部紘司, 田中博文: 2 台車検測車で計測される高低検測差による鉄道橋たわみ推定法と実路線検証, 土木学会論文集, Vol.81, No.15, 24-15016, 2025
- 16) 楠田将之, 松本麻美, 片岡宏夫: 軌道変位データに基づく浮きまくらぎ検出手法, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol.74, No.2, pp.I\_543-I\_551, 2018
- 17) Grassie, S. L.: Measurement of railhead longitudinal profiles: a comparison of different techniques, *Wear*, Vol. 191, No. 1-2, pp. 245-251, 1996.
- 18) 吉村彰芳, 吉田康夫, 細川岳洋, 菊地勝浩: 軌道保守管理データベースシステム:マイクロ LABOCS-II+の開発, 鉄道総研報告, Vol. 6, No. 11, pp.69-78, 1992.
- 19) 坪川洋友: 車両からの軌道検測技術, 計測と制御, Vol.56, No.2, pp.105-110, 2017
- 20) 服部紘司, 松岡弘大, 田中博文, 矢野貴洋: 2 台車検測車で車上計測された軌道変位差分に基づく複数連橋りょう群の桁たわみ一括推定法, 土木学会論文集, Vol. 81, No. 5, 24-00262, 2025
- 21) 竹下邦夫, 矢澤英治: 慣性正矢法による軌道狂い検測装置の開発, 鉄道総研報告, Vol.14, No.4, pp.25-30, 2000.
- 22) 矢野貴洋, 岩本啓貴, 宇野匡和, 立花拓也, 松岡弘大: 鉄道土木系設備の保守効率化のための実態調査と課題, 鉄道工学シンポジウム論文集, Vol.28, No.1, pp.124-127, 2024
- 23) 櫛谷拓馬, 松岡弘大, 梶原和博, 成田顕次, 渡辺勉, 田中博文, 森健矢: 多点加振による I 形断面鋼鉄道橋の高次部材振動モードの同定と列車走行時の動的挙動, 土木学会論文集 A1(構造・地震工学), Vol. 78, No. 2, pp. 269-286, 2022
- 24) 徳永宗正, 松岡弘大, 池田学: 軌道変位の不確実性を考慮した鉄道橋りょうの列車通過時動的応答, 構造工学論文集 A, Vol. 68, pp. 146-157, 2022
- 25) 保木本晟也, 松岡弘大, 服部紘司, 矢野貴洋, 四井陽貴: 複数カメラを利用した列車通過時の橋台裏レール変位分布の画像計測, 鉄道工学シンポジウム論文集, Vol.28, No.1, pp.92-99, 2024

# 鉄道総研報告

## RTRI REPORT

### 災害復旧段階における乗務員運用計画の自動作成手法

加藤 恵\* 今泉 淳\*\* 中東 太一\*\*\*

Automatic Crew Scheduling Algorithm After a Large-scale Natural Disaster

Satoshi KATO Jun IMAIZUMI Taichi NAKAHIGASHI

When sections of railway lines are partially disrupted due to damage from large-scale natural disasters, it is necessary to prepare crew schedule plans for temporary timetables. In such cases, crew schedule plans ensure that the duties once assigned to crews are not altered. As this task is time-consuming for schedule planners, there is a desire for an automatic crew scheduling method. This paper focuses on crew scheduling in the aftermath of a large-scale natural disaster and proposes an automated generation algorithm based on mathematical optimization. In addition, we show the results of computational experiments based on a real disaster case, demonstrating that the proposed algorithm can generate an efficient schedule plan in a short time.

キーワード：乗務員運用計画，災害，暫定ダイヤ，暫定行路，数理最適化

#### 1. はじめに

列車運行のためには、あらかじめ、列車ダイヤのみならず、乗務員の担当スケジュールを示す乗務員運用計画を作成する必要がある。乗務員運用計画は、乗務員の勤務計画に対応するため、就業規則などの規程類に基づく各種制約条件を満たすとともに、限られたリソースの有効活用の観点から、なるべく効率的な計画を作成する必要がある<sup>1)</sup>。乗務員運用計画は、現在も熟練した担当者による手作業により作成されており、ダイヤ改正時は、1路線あたり数日～数週間程度をかけて作成している（以下、ダイヤ改正時に作成する計画を「基本計画」と呼ぶ）。

近年、広域かつ大規模な自然災害（以下、単に「災害」とすることがある）の発生頻度が高まっている。そのような事象が生じ、鉄道路線の設備が被災すると、長期間、長区間の運転見合わせが生じることがある。この場合、復旧作業の進捗に応じて段階的に運転区間が広まるが、そのときの輸送計画は区間拡大の都度、複数回にわたり作成し対応しているのが実態である。特に、乗務員運用計画は列車ダイヤや車両運用計画を作成後の作業となるため、運転区間拡大日に間に合うよう短期間で作成する必要があり、担当者の業務負担は極めて大きい。

一方で、乗務員運用計画の作成業務の省力化のため、自動作成技術の研究が進んでいる。しかし、既存の研究の多くは基本計画を対象としたものである。災害は突発的に発生するため、すでに乗務員に対し当該月の勤務は通知済みである。そのため、基本計画の自動作成手法をそのまま適用すると、休日となっていた日が出勤に振り替わる可能性があり、乗務員の負担が大きい。災害時には、このような勤務変更への配慮が必要となる。

そこで本研究では、災害復旧段階における乗務員運用計画の自動作成手法に焦点を当てる。具体的には、基本計画で作成する乗務員の1回の勤務を示す「基本行路」を基に、災害後の列車ダイヤ（以下、「暫定ダイヤ」）に対応した「暫定行路」を自動作成する手法を提案する。そのうえで、国内の実路線データを用い

\* 信号技術研究部 運転システム研究室

\*\* 東洋大学

\*\*\* 元 信号技術研究部 運転システム研究室

て、過去に実際に発生した災害事例に基づくケーススタディにより、提案手法の性能を検証する。

## 2. 乗務員運用計画と災害復旧段階における要件

### 2.1 乗務員運用計画

乗務員運用計画の作成は、行路作成と交番作成の、大きく2段階に分けられる。各乗務員は、営業路線上のいくつかの駅に隣接して配置されている「乗務員区所」に所属し、所属する乗務員区所の最寄り駅から勤務を開始し、いくつかの列車乗務を担当した後、所属する乗務員区所に戻り、勤務を終える。この1回の勤務のことを「行路」と呼ぶ。行路には、1暦日中に終了するもの（以下、「日勤行路」）と、2暦日にまたがるもの（以下、「泊まり行路」）がある。一般的に、朝ラッシュ時間帯が1日のなかで最も列車本数が多いため、泊まり行路の方が日勤行路よりも多い。

行路には、労働時間、乗務時間などに対して就業規則や乗務割交番作成規程などの規程類に基づく多数の制約条件が定められており、作成の際にはこれらをすべて満たすことが求められる。このような多様な条件を考慮したうえで、各乗務員区所に対しいくつかの行路を作成し、列車ダイヤ上の全列車や全作業に1人以上の乗務員が充当されるようとする必要がある。

行路を作成したのち、乗務員区所ごとに行路の担当順序を定めるとともに、必要に応じて休日を追加し、数日から数週間にわたる勤務の内容を示す計画を作成する。この計画のことを「交番」と呼ぶ。交番においても、連続する2つの行路間には、前の行路と後の行路の間に前者の内容に応じた適切な休憩時間（以下、「在宅休養時間」）を確保する必要があるなど、様々な条件を考慮する必要がある。なお、実際の各乗務員の勤務は、交番に基づき月単位で作成され、「勤務表」として各月末に翌月分が通知される。

図1には列車ダイヤおよび車両運用計画の例を、図2には対応する行路の例を示す。図1の丸印は車両の出区、三角印は入区を意味する。A駅およびB駅が乗務員区所の最寄り駅であり、それぞれA区所、B区所とすると、A区所は行路1および2の2つ、B区所は行路3～6の4つの行路が作成されており、行路1、3、4は日勤行路、行路2、5、6は泊まり行路である。なお、行路2および3の点線は列車乗務を担当しない移動を意味し、「便乗」と呼ぶ。一般的に、便乗は少ない方が望ましい。

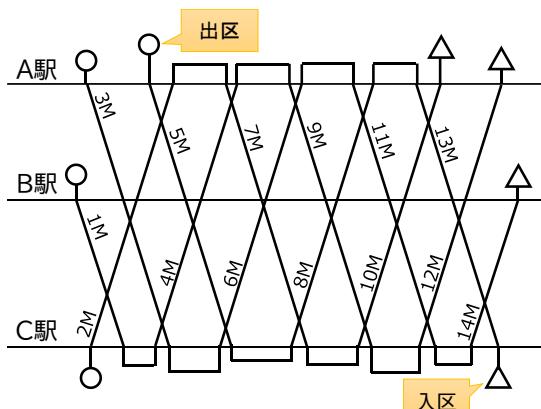


図1 列車ダイヤおよび車両運用計画の例

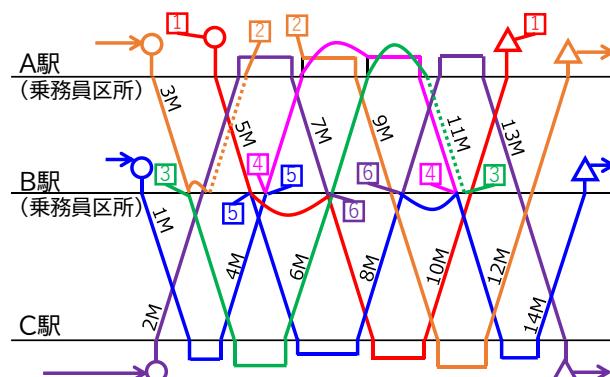


図2 対応する行路の例

### 2.2 災害復旧段階における乗務員運用計画作成の要件

災害復旧段階の乗務員運用計画作成の要件を抽出するため、過去に大規模災害後の輸送計画作成に関わった実務担当者を対象に、ヒアリング調査を実施した。また、災害発生当時の運用計画の実績を取得し、当時の計画を分析した。その結果、災害復旧段階における乗務員運用計画作成の特徴として複数の要件を

抽出した。以下でそれぞれについて説明する。

### 2.2.1 運転区間拡大と孤立区間への対応

災害により被災した場合、被災箇所の復旧作業が行われ、作業が完了した後に当該区間の運転が再開される。そのため、被災箇所が複数にわたる場合、作業の進捗に応じて運転区間の拡大が数段階にわたることがあり、輸送計画は区間拡大のたびに作成する必要がある。

図3に、運転区間拡大の例を示す。A駅～E駅の線区で、各駅間が被災した例である。まずA駅～B駅間、D駅～E駅間で運転を再開し、その後にC駅～D駅間、最後にB駅～C駅間で運転再開となっている。なお、乗務員区所がA駅隣接の場合、運転再開初日のD駅～E駅間、10日後のC駅～E駅間は運転区間に乗務員区所がないため、A駅から各駅間に乗務員を送り込む必要がある。このような運転区間に乗務員区所がない区間を「孤立区間」と呼ぶ。孤立区間が発生した場合は、新幹線便乗や、タクシー便乗など、基本計画ではほぼない特殊な便乗により、乗務員を送り込む。

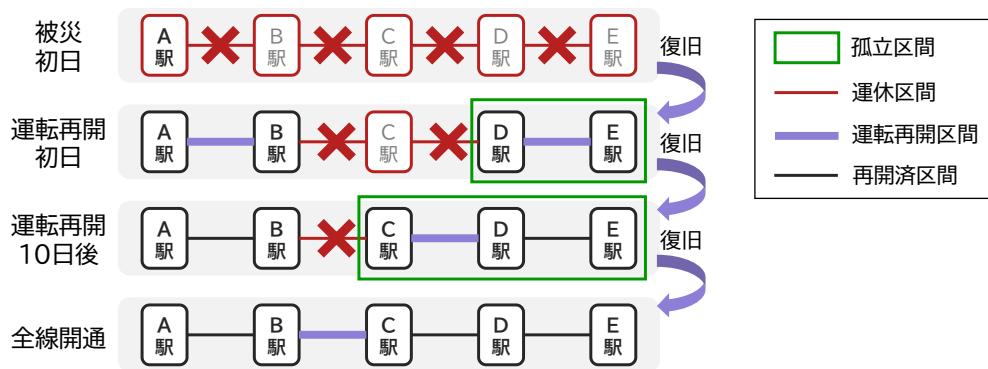


図3 運転区間拡大の例

### 2.2.2 基本行路に対応させた暫定行路の作成

2.1節で述べたように、乗務員の勤務表は月末に翌月分が通知されるため、災害発生時点で、当月分の勤務は確定している。行路を白紙から作成すると、本来休日の乗務員が勤務に振り替わる可能性があるのみならず、勤務作成担当者にとっても勤務表再作成の負担がかかってしまう。そこで、基本行路に対応づけて暫定行路を作成する。具体的には、基本行路が泊まり行路であれば泊まりか日勤の暫定行路を、基本行路が日勤行路であれば日勤の暫定行路を作成する。この考え方から従うと、交番や勤務表の再作成が不要となり、乗務員の休日が勤務に振り替わることも避けられる。

### 2.2.3 計画作成の時間と効率性の考慮

乗務員運用計画は、暫定ダイヤと車両運用計画が定まった後に作成するため、施行日までの時間が限られていることが多い、非常に短い時間での作成が求められる。一方、次の運転区間拡大まで数日～数十日程度は同一の計画を実施することも多く、一定の効率性および乗務員の労働負荷を考慮した行路の作成も求められる。

## 2.3 評価指標と制約条件

2.2節で述べた要件に基づき、本研究では、基本行路に対応した暫定行路を作成することで、乗務員運用を自動作成する。作成する乗務員運用の評価指標と制約条件は、以下のように定義する。

まず、評価指標については、2.2.3項で述べたように、ダイヤ改正時と同様に、効率的な計画を作成する必要がある。そこで、評価指標は効率性の指標となる「勤務日数」（日勤行路を1、泊まり行路を2とした合計）とし、なるべく少なくすることを考える。また、「便乗数」も併せて少なくする。

続いて、本研究で考慮する制約条件を以下に示す。まず、ダイヤ改正時と同様の、規程類に基づく各種条件を示す。

- (1) 暫定ダイヤ上の全列車全区間、全作業に対し、1つ以上の暫定行路を割り当てる。
- (2) 各暫定行路は、いずれかの乗務員区所から開始し、同一の乗務員区所で終了する。
- (3) 各暫定行路は、拘束時間の「上限」を満たす。上限は、日勤と泊まりで異なる。
- (4) 各暫定行路は、労働時間の「上限」を満たす。
- (5) 各暫定行路は、休憩時間の「下限」を満たす。
- (6) 各暫定行路では、必要な食事時間（朝・昼・夕）を確保しなければならない。本項目は「ある時間帯において、休憩時間を所定の時間以上確保」という形式で規定される。
- (7) 各乗務員区所では、乗務可能な範囲や、列車種別が存在する。
- (8) 泊まり行路では、睡眠時間の「下限」を満たす。
- (9) 1 繼続乗務時間の「上限」を満たす。
- (10) ある継続乗務と次の継続乗務の間合い時間は「下限」を満たす。

さらに、2.2.2 項で述べた暫定行路の考え方に基づき、以下の制約条件を考慮する。

- (11) 基本行路が日勤行路の場合、対応する暫定行路は日勤行路とし、出退勤箇所は同一とする。
- (12) 基本行路が泊まり行路の場合、対応する暫定行路は泊まり行路とし、出退勤箇所は同一とする（在宅休養時間の考慮が煩雑となるため、日勤行路は不可とする）。
- (13) 各暫定行路の出勤時刻は、対応する基本行路の出勤時刻以降とする。
- (14) 各暫定行路の退勤時刻は、対応する基本行路の退勤時刻の一定時分後までとする。

条件 (13) の出勤時刻の制約は、基本行路より早くすると、出勤遅延のリスクが生じるため設けている。また、条件 (14) のように退勤時刻にも制限を加えているが、これは条件 (13) を含めて、交番に展開したときに基本計画の交番のままで実施する際に、在宅休養時間を違反することを避けるためである。

### 3. 自動作成手法

#### 3.1 既往研究

乗務員運用計画の自動作成に関する研究としては、主にダイヤ改正時を対象とした研究が多数存在する。欧米を中心に多くの取り組みがあり、それらは Heil et al.<sup>2)</sup> に対象や手法ごとにまとめられている。しかし、乗務員運用の最も重要な制約条件である労働条件は、各国の法律により規定されている部分もあり、条件の細部は異なることが多いことに留意する必要がある。一方、国内でもいくつかの取り組み事例があり、たとえば今泉ら<sup>3)</sup>、西ら<sup>4)</sup>、加藤ら<sup>5)</sup> などが挙げられる。国外、国内にかかわらず、これらの乗務員運用の自動作成に関する研究の多くで、数理最適化が適用されている。

一方、本研究が想定する災害時の輸送計画の自動作成に関する研究は数が限られる。暫定ダイヤを対象とした研究として國松<sup>6)</sup>、車両運用計画を対象とした研究として加藤ら<sup>7)</sup> の研究が挙げられるが、筆者らの把握する限り、乗務員運用計画を対象とした研究は国内外ともに見受けられない。

#### 3.2 列生成法の適用

自動作成手法の構築にあたっては、乗務員運用計画が複数の行路から構成されるので、「行路のよい組み合わせを見つける」というアプローチが自然である。また、行路のよい組み合わせを見つけるにあたり、数理最適化で有名な「集合被覆問題」<sup>8)</sup> やその派生形としてモデル化すると、後述するように「問題の列に行

路を対応させる」という自然な関係付けが可能である。そこではまだ手元にない行路をどう作るかという課題が生じるが、「列生成法」<sup>9)</sup>がその解決に役立つ。すなわち、問題を解く過程において、手元にまだない列を一定の理論的枠組みで生成できる。

列生成法は一般に乗務員運用計画に対する有力な方法だが、それそのものは最終的な乗務員運用計画を得る方法ではなくその途中段階での方法であるため、最終的な乗務員運用計画を得るために別途の対応も必要である。加えて本研究が対象にする災害時の場合は、

- ・平常時よりも短時間で相応の乗務員運用計画を作成したい
- ・災害時の状況に固有な条件を加味する必要があるといった要因も無視し得ないなどの事情がある。そこで本研究では、西ら<sup>4)</sup>あるいは加藤ら<sup>5)</sup>の方法に依拠し、計算時間の短縮の対策と本研究の問題に対応した修正を施した解法を提案する<sup>10)</sup>。

### 3.3 トリップの作成

集合被覆問題に対し列生成法を適用するためには、その準備段階として、集合被覆問題における行と列を何に対応させるか決める必要がある。本研究では、列は暫定行路に、行は乗務員の乗務の最小単位に対応させる。ここで、乗務の最小単位は車両運用をもとに作成する「トリップ」とする。トリップは入力となる車両運用の情報を参照し、乗継箇所かつ停車駅かつ乗継に必要な停車時分が確保されている箇所で仕業を分割し抽出する。

図4に、運転士を想定したトリップの例を示す。この例では、列車ダイヤおよび車両運用計画は図1と同様だが、B駅のみ乗務員区所であり、B駅で乗務員の交代が可能であるものとする。この場合、各車両運用について、B駅で分割したそれがトリップとなる。トリップが別になる場面で色を別にしているが、発駅、経由駅、着駅が同一のトリップは同じ色としている。

以上に基づく、集合被覆問題の係数行列のイメージを図5に示す。この例は、トリップが6個、暫定行

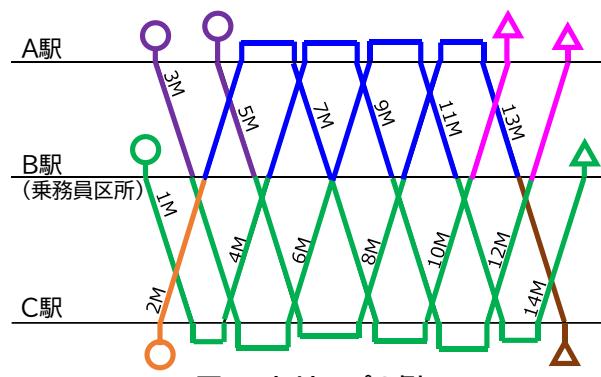


図4 トリップの例

	暫定行路1	暫定行路2	暫定行路3	暫定行路4	暫定行路5	暫定行路6	暫定行路7	
コスト	1	1	2	2	2	2	2	
トリップ1	1			1		1		$\geq 1$
トリップ2		1	1		1			$\geq 1$
トリップ3	1				1		1	$\geq 1$
トリップ4		1	1			1	1	$\geq 1$
トリップ5				1		1		$\geq 1$
トリップ6			1	1				$\geq 1$

図5 集合被覆問題の係数行列の例

路の候補が 7 個の例である。黄色の部分が、各暫定行路が担当するトリップを示す。たとえば、暫定行路案はトリップ 1, 3 を担当する（係数が 1 となっている）。各行路案には青色の部分で示すコストが定義されている。この 7 個の暫定行路のなかから複数個選択し、6 個いずれのトリップも 1 個以上の行路案が担当したうえで（そのため右辺が 1 以上となっている），コスト最小の行路案集合を求める。この例では、暫定行路 1, 2, 4 を選択すると、すべてのトリップを担当したうえで最小コスト 4 の計画が得られる。

集合被覆問題としてモデル化する際には、あらかじめ制約条件を充足する暫定行路の候補をすべて列挙しておく必要がある。トリップ数にもよるが、一般的に数百万から数千万に達するため、問題規模が大きく実用的な時間での求解は難しい。そこで、先述した列生成法の枠組みを活用し、効果的な暫定行路のみを列挙する。

列生成法に基づくアルゴリズムの手順を以下に示す。

Step 1：初期列（暫定行路）を準備し限定主問題に追加する。

Step 2：現在の列を用いて限定主問題を解く。

Step 3：Step 2 の限定主問題の解をもとに、列生成子問題を解き、被約費用が負である列（暫定行路）を生成する。もし被約費用が負の列が見つかった場合は、限定主問題に追加し、Step 2 へ戻る。さもなければ、列生成を終了し Step 4 へ進む。

Step 4：これまでの生成列をもとに実行可能解を求める。

### 3.4 限定主問題の定式化

限定主問題とは、一部の列（暫定行路）のみを対象とし、本来は整数である変数を線形緩和した問題を指す。以下に、限定主問題の定式化を示す。表 1 に使用する記号の定義を示す。

$$\min. \quad \sum_{k \in K} \sum_{j \in J^k} c_j^k x_j^k + \sum_{i \in I} d_i y_i \quad (1)$$

$$\text{s. t.} \quad \sum_{k \in K} \sum_{j \in J^k} a_{ij}^k x_j^k - y_i = 1, \quad \forall i \in I \quad (2)$$

$$\sum_{j \in J^k} x_j^k \leq 1, \quad \forall k \in K \quad (3)$$

$$x_j^k \geq 0, \quad \forall j \in J^k, \forall k \in K \quad (4)$$

$$y_i \geq 0, \quad \forall i \in I \quad (5)$$

式(1)は目的関数を示す。第 1 項は勤務日数を、第 2 項は便乗に伴うコストを意味する。式(2)～(5)は制約条件である。式(2)はいずれかの行路による全トリップの被覆を意味する。式(3)は各基本行路に対応する暫

表 1 限定主問題で使用する記号

記号	意味
$K$	基本行路 $k$ の集合
$I$	トリップ $i$ の集合
$J^k$	基本行路 $k$ に対応する暫定行路 $j$ の集合
$a_{ij}^k$	基本行路 $k$ に対応する暫定行路 $j$ がトリップ $i$ を担当する場合 1, さもなければ 0
$c_j^k$	基本行路 $k$ に対応する暫定行路 $j$ のコスト
$d_i$	トリップ $i$ の便乗コスト
$x_j^k$	基本行路 $k$ に対応する暫定行路 $j$ を採択する場合 1, さもなければ 0
$y_i$	トリップ $i$ の便乗数

定行路を1つまで選択することを意味する。式(4), (5)は変数の取りうる範囲を意味する。本来、列の選択有無を意味する $x_j^k$ は0-1変数となるが、先述のように整数変数は線形緩和するため、0以上としている。

この定式化は、図5の集合被覆問題に対して、本来の不等号制約( $\geq 1$ 制約)を便乗のカウントのために等式制約とし、各基本行路に対する暫定行路の候補から最大一つを選ぶという制約が付加されていることに留意する。

### 3.5 列生成子問題

列生成子問題は、現在の限定主問題の解の情報をもとに、目的関数値を改善可能な新たな列を算出する問題である。一般に、現在の限定主問題にない列の「被約費用」と呼ばれる指標が負であれば、現在の目的関数値を改善できる。本問題では各基本行路に対応する形で列(暫定行路)を作成するため、基本行路の数だけ列生成子問題を設定し、各反復ですべての列生成子問題を解く。

基本行路 $k$ に対応する暫定行路 $j$ の被約費用は、下記の式(6)で定義される。

$$c_j^k - \sum_{j \in J^k} a_j^k \pi_i + \theta^k \quad (6)$$

$\pi_i$ は限定主問題における式(2)、 $\theta^k$ は式(3)のそれぞれの双対変数である。先述のように、列は暫定行路を意味するため、生成列は2.3節で示した暫定行路に関する制約条件を満たさなければならない。ここで、被約費用が最小となる列を求める問題は、制約付き最短路問題に帰着する。この問題の解法として、ラベリング法を適用することで、短時間で最適解(最短路)を求めることができる(詳細は文献10を参照)。

### 3.6 実行可能解の算出

列生成法の過程では、変数 $x_j^k$ は線形緩和しているため、実行可能解( $x_j^k$ が0または1となる解)を得ることはできない。そこで、列生成法が収束した後に、実行可能解を算出する必要がある。本研究では、文献4, 5をもとにした実行可能解算出アルゴリズムを適用する。列生成が収束した段階で、一部の $x_j^k$ を1に固定する処理を行う。ここで、変数固定は以下の方法に基づく。

- ・収束段階の限定主問題の最適解において、 $x_j^k$ の値が1であるものは、そのすべての値を1に固定する。
- ・値が1である $x_j^k$ が1つもない場合には、最も1に近い $x_j^k$ を1つのみ1に固定する。変数を固定したのちに、再度3.3節のStep2に戻り、列生成を行う。このように、列生成を繰り返し、固定する変数の数を増やしていく、全トリップが含まれた段階で処理を終了する。

## 4. 実事例に基づくケーススタディ

### 4.1 対象路線エリアと検証方法

開発手法の性能を評価するため、過去に発生した大規模自然災害に伴う事例を対象に検証する。対象エリアの路線図の概略を図6に示す。A駅～J駅の本線および、E駅から分岐する2つの枝線、F駅から分岐する枝線から構成される。車掌運用を対象とし、乗務員区所はA駅隣接のA区所およびE駅隣接のE区所の2区所である。各区所の乗務範囲は図中に示している。

対象とする大規模自然災害の例では、本エリアは広範囲で被災し、多数の区間で運転取りやめとなった。運転再開後、多数の段階を経て運転区間が徐々に拡大した。提案手法は各段階での適用を想定しているが、ここでは、そのなかで主要な段階と考えられる以下の3つを検証対象とする。

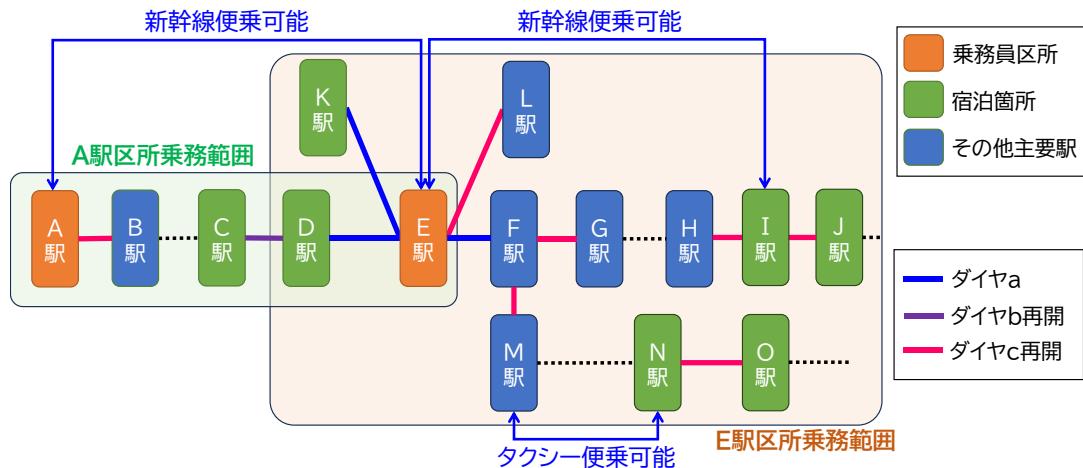


図6 ケーススタディの路線図

表2 ケーススタディ路線の問題規模

列車ダイヤ	列車本数	トリップ数
基本計画	619	—
暫定ダイヤa	271	388
暫定ダイヤb	333	408
暫定ダイヤc	681	728

- 運転再開から数日後の段階で、運転区間はD駅～F駅、E駅～K駅のみ（暫定ダイヤaとする）
- 暫定ダイヤaから数日後の段階で、運転区間の追加はC駅～D駅（暫定ダイヤbとする）
- 暫定ダイヤbから数十日後の段階で、運転区間の追加はA駅～B駅、F駅～G駅、H駅～J駅、E駅～L駅、F駅～M駅、N駅～O駅（暫定ダイヤcとする）

なお、暫定ダイヤaの時点ではE区所のみで乗務していたが、暫定ダイヤb、cはA区所、E区所のいずれも乗務していた。ただし、暫定ダイヤcの段階でも途中の寸断箇所が多数あったため、孤立区間への乗務員の送り込みおよび戻しが必要であり、特殊な便乗により対応していた。図6の青矢印が便乗により移動した区間である。

問題規模の情報として、基本計画および3つの暫定ダイヤについて、列車本数、トリップ数を表2に示す。また、孤立区間への送り込みおよび戻しについては、当時の実際の運用に合わせて行路の開始・終了場面でのみ可能とした。計算には、OSはWindows 10 Pro、CPUはCore i7-8700K、RAMは64GBのPCを使用した。また、最適化問題の求解には数理最適化ソルバーGurobi Optimizer 10.0.1<sup>11)</sup>を使用した。

## 4.2 結果と考察

提案手法を各暫定ダイヤに適用した結果を表3に示す。表3には、作成した計画の勤務日数、便乗数、1日あたり平均労働時間、労働時間の標準偏差（秒）、計算時間（秒）を示している。また、比較のため、災害が発生した当時の実務担当者が作成した計画の情報を、「a\*」など「\*」を付した暫定ダイヤの行に示した。

勤務日数をみると、いずれのダイヤでも、自動作成した運用は当時の計画を大きく下回っており、提案手法により効率的な運用を作成できていることがわかる。また、aやbでは便乗数も抑えることができている。計算時間についても、a、bでは10分未満、列車本数の多いcでも1時間未満と、十分に短時間といえる。3.6節で示したように、実行可能解の算出において、整数変数を含まない最適化問題を繰り返し解くア

ルゴリズムを適用しているため、計算の高速化を図ることができたと考えられる。

一方、これら評価指標の数値結果に加えて、生成された暫定行路を実務担当者に評価してもらったところ、労働負荷に関する指摘があった。具体的には、規程には抵触はしないものの、当時の計画に対して暫定行路における労働の比率や密度が高いことが問題視された。そこで、労働時間の平均を計算したところ、表3のようにいずれの暫定ダイヤでも当時の運用より大きかった。このことは、効率性は当初の意図通り高まつた反面、各勤務の労働負荷を高めてしまうという結果を招いていたと解釈できる。当時の計画は効率性とともに乗務員の労働負荷に配慮して作成していた可能性もあることから、労働負荷への配慮が必要な可能性が示唆される。加えて、労働時間の標準偏差も比較したが当時の計画に対して若干低い程度であり、これはただちに問題になる値ではなかった。

以上より、可能な限り労働時間の平均を下げる、すなわち乗務員の余裕があるため、それを充てて効率性を犠牲にしても各行路の労働時間を下げ、またそれらができるだけ揃っているような改善が求められた。

表3 各暫定ダイヤの適用結果 (\*は当時の計画を示す)

暫定ダイヤ	勤務日数	便乗数	1日あたり平均労働時間	労働時間の標準偏差(秒)	計算時間(秒)
a	59	6	5:42	3000	287
a*	72	14	4:50	4013	—
b	70	20	6:03	2772	413
b*	87	36	4:52	4335	—
c	126	39	5:59	4279	2112
c*	137	40	5:23	6048	—

#### 4.3 制約式の追加

前節の検証結果を踏まえると、勤務日数を最小化することは必ずしも適切ではない。その一方で、勤務日数に対し何も条件がないと、際限なく増加する可能性があり、それは避けるべきである。そこで、式(1)から勤務日数（第1項）を削除し、代わりに制約条件に勤務日数の上限を設ける。そのため、3.4節で示した限定主問題に対して、以下の制約式を追加した。

$$\sum_{k \in K^l} \sum_{j \in J^k} c_j^k x_j^k \leq w^l, \quad \forall l \in L \quad (7)$$

ここで、 $L$ は乗務員区所の集合、 $K^l$ は乗務員区所 $l$ に属する基本行路 $k$ の集合、 $w^l$ は乗務員区所 $l$ の勤務日数の上限である。なお、等式制約ではなく不等式制約としたのは、3.6節で述べた実行可能解算出アルゴリズムの処理の関係上、等式制約とすると実行可能解の算出が難しいと考えたためである。不等式制約であれば、実行可能解が算出されないリスクを大幅に低減できる。

式(7)の制約式を追加した場合、式(6)の被約費用は以下のように修正される。

$$-\sum_{j \in J^k} a_j^k \pi_i + \theta^k + c_j^k \mu^l \quad (8)$$

ここで、 $\mu^l$ は式(7)の双対変数である。以上の修正を踏まえて再度の実験を行った。

表4には、暫定ダイヤcについて、勤務日数の上限を設定した場合の適用結果を示す（当時の計画は表3の再掲である）。なお、この結果は勤務日数の上限制約の右辺定数 $w^l$ の合計を133と設定した場合の解である。目的関数で設定した場合と比べ、勤務日数は増加するものの、労働時間の平均や標準偏差は低下することを確認した。よって、この設定で得た計画の方がより実務の要望に近く実用性が高いと考えられる。

ただし、勤務日数の合計上限 133 に対して得た解では 130 となっており、想定より労働負荷が高くなっている可能性もある。すなわち、式(7)の右辺定数値の設定に留意が必要なことも明らかになった。

表4 勤務日数の上限を設定した場合の適用結果 (\*は当時の計画を示す)

暫定ダイヤ	勤務日数	便乗数	1日あたり平均労働時間	労働時間の標準偏差(秒)	計算時間(秒)
c	130	33	5:49	3334	1617
c*	137	40	5:23	6048	—

## 5.まとめ

本研究では、大規模な自然災害が発生した状況を想定し、運転区間拡大のたびに必要となる乗務員運用計画作成業務に焦点を当て、計画の自動作成アルゴリズムを開発した。災害復旧段階で考慮すべきこととして、通知済みの乗務員の勤務への配慮がある。そこで、各基本行路に対応した暫定行路を作成する考え方を示し、数理最適化の1つである列生成法を適用した手法を提案した。

提案手法の検証のため、実在路線で過去に発生した自然災害事例に基づくケーススタディを実施した。その結果、列車本数 600 本以上の路線データに対しても、勤務日数が当時の計画より少ない効率的な計画を、数十分程度で得られることを確認した。一方で、乗務員の労働負荷について考慮する必要性が明らかとなり、実運用可能な計画を得るために方策として、勤務日数に上限を設ける方法を示した。

今後は、提案手法を実際の業務に展開するために、既存システムとのインターフェースなどを検討することで、早期の実用化を目指す。

## 文 献

- 1) 鉄道総合技術研究所運転システム研究室：鉄道のスケジューリングアルゴリズム、エヌ・ティー・エス、2005
- 2) Heil, J., Hoffmann, K., Buscher, U., “Railway crew scheduling: models, methods and applications,” European Journal of Operational Research, Vol.283, pp.405-425, 2020.
- 3) 今泉淳, 植田達広, 森戸晋：鉄道の乗務員運用計画作成問題に対する列生成法の適用, オペレーションズ・リサーチ, Vol.56, No.2. pp.104-109, 2011
- 4) 西竜志, 室井裕喜, 乾口雅弘, 高橋理, 片岡健司：実乗務制約を有する鉄道乗務員運用計画問題に対する列生成法の適用, 電気学会論文誌 C, Vol.131, No.6, pp.1199-1208, 2011
- 5) 加藤怜, 中東太一, 小久保達也：要員数最小化を目的とした乗務員運用計画の自動作成手法, 鉄道総研報告, Vol.39, No.3. pp.47-53, 2025
- 6) 國松武俊：車両・乗務員数と運転時分の変動を考慮した暫定ダイヤ自動作成手法, 第 29 回鉄道技術連合シンポジウム講演論文集, pp.173-176, 2022
- 7) 加藤怜, 今泉淳, 中東太一, 小久保達也：災害発生後の暫定ダイヤに対する車両運用計画作成アルゴリズム, 鉄道総研報告, Vol.37, No.10, pp.23-28, 2023
- 8) 梅谷俊治：しっかり学ぶ数理最適化－モデルからアルゴリズムまで－, 講談社, 2020
- 9) 久保幹雄, 田村明久, 松井知己(編)：応用数理計画ハンドブック(普及版), 朝倉書店, 2012
- 10) 加藤怜, 今泉淳, 中東太一：災害発生後における乗務員運用計画の自動作成手法, 電気学会論文誌 D, Vol.145, No.5, pp.343-353, 2025
- 11) Gurobi Optimizer, <https://www.gurobi.com/jp/products/gurobi/> (参照日：2025年4月4日)

# A/B テストによる イールドマネジメントの効果検証方法

松本 涼佑\*

**Evaluation of Yield Management with Randomized Controlled Trial (A/B Testing)**

Ryosuke MATSUMOTO

This study proposes a method to evaluate yield management through sales slot control for discount railway tickets using a randomized controlled trial (A/B test). Implemented on an operating railway line, this method empirically shows how sales slot adjustments influence revenue. The results demonstrate that the appropriate strategy is time-dependent: in certain periods, increasing slots stimulates demand and boosts revenue, while in others, decreasing slots suppresses down-selling for a similar positive effect. As the first published case of A/B testing for yield management in the Japanese railway industry, this paper provides a practical framework for implementation and analysis.

キーワード：イールドマネジメント，発売枠制御，ランダム化比較試験，A/B テスト

## 1. はじめに

人口減少に伴い利用者、労働者が共に減少傾向にある日本の鉄道では、大規模な設備投資を行わず、また可能な限り少ない業務リソースで運輸収入の確保・増加に資する施策が有効といえる。鉄道や航空等の交通分野では、提供する輸送サービス（商品）を在庫持ち越しすることができない。そのため、価格制御や割引商品（席数限定きっぷ）の発売枠（発売上限数）制御を行うイールドマネジメント（収益向上施策）が有効である。日本の鉄道では、複数の事業者で発売上限数を設けた割引商品が発売されてきたことから、割引商品の発売枠制御によるイールドマネジメントはより伝統的に実施してきたと考えられる。そこで本稿では、割引商品の発売枠制御によるイールドマネジメントを対象とする。

通常商品と割引商品の2種類のみの商品があり、このうち割引商品のみが席数限定きっぷ、すなわち発売枠設定がある幹線鉄道を対象に、発売枠制御によるイールドマネジメントを実施することを想定する。ここで、割引商品の発売枠が過剰に小さいと、学生や非正規雇用者などの、相対的に支払意思額が低い旅客層の需要の逸走を招く可能性がある。反対に発売枠が過剰に大きいと、ビジネスマンの出張利用など、相対的に支払意思額の高い旅客層を割引商品に誘導してしまい運輸収入の減少を招く可能性がある。以上のようなメカニズムが働くことが考えられるため、割引商品の発売枠制御によるイールドマネジメントは運輸収入増加の観点から有効であるといえる。しかし適切な発売枠設定や、イールドマネジメントの事後検証に関する研究事例は限定的である。

日本の鉄道業界では発売枠の制御によるイールドマネジメントが伝統的に実施されてきたと考えられるにもかかわらず、学術的には価格制御によるイールドマネジメントの研究が中心<sup>例えは 1)2)</sup>である。鉄道を対象に発売枠制御によるイールドマネジメントに着目した研究は、筆者の知る限り中川らによる一連の研究<sup>例えは 3)4)</sup>に限られている。中川らは、運輸収入の最大化を目的に、数理最適化問題を解くことにより、最適な発売枠を算出するアルゴリズムを開発した。しかし中川らは、割引商品が発売枠に達し、その商品が買えなかつたときに旅客がとる行動の定式化を、Web アンケートの仮想選択調査に基づいて行っており、

\* 情報通信技術研究部 情報解析研究室

実需要データに基づいたものではなかった。また、開発したアルゴリズムが算出した発売枠を実営業路線に適用するケーススタディによって妥当性の検証を行っているが、その対象期間はわずか3日間（三連休）であった。これらのことから、中川らの分析結果の内的妥当性に関しては課題が残っていた。

ここで因果推論分野では、特に高い内的妥当性が得られる手法として、社会実験の一種であるランダム化比較試験（A/B テスト）がある。例えば文献 5 では、因果推論手法ごとに得られる結果の内的妥当性の高さを 1a, 1b, 2a, 2b, 3, 4 の 6 段階で評価を行っており、最上位の 1a には複数のランダム化比較試験（A/B テスト）の結果を比較したメタアナリシス、次点の 1b にはランダム化比較試験（A/B テスト）と位置付けている。なお、「ランダム化比較試験」と「A/B テスト」は本質的には同じ手法を指すが、本稿では以降の記述との整合性や可読性を重視し、以下「A/B テスト」を用いる。

A/B テストとは、検証したい要素だけが異なる 2 つの A/B パターンを用意し、対象（人単位や日単位）をランダムに 2 つの A/B グループに振り分け、それぞれのパターンを適用して結果を比較する社会実験の手法である。一方のグループ（比較群）には従来通りの施策を適用し、もう一方のグループ（介入群）には新しい施策を適用し、両グループの目的変数（売上高などの KPI）を比較することで、施策の効果を統計的に評価するという形式が一般的である。対象をランダムに振り分けることで、グループ間の均質性が担保され、結果の差が純粋な施策の効果であると統計的に判断することが可能となる。

しかし、筆者の知る限り、鉄道のイールドマネジメントを対象とした A/B テストの公表事例はない。その上、A/B テストの実施・分析事例は、Web サイトを活用したオンライン上でのものを中心に多く報告されている一方で、適切な A/B グループ振り分けや、ケースバイケースで適切な統計指標を用いないと偽陰性・偽陽性の結果を得てしまうといった落とし穴があることも報告されている<sup>例えは 6</sup>。

そこで本研究は、A/B テストによるイールドマネジメントの効果検証方法を提案する。さらに、鉄道事業者協力の下、実営業路線において A/B テストを実施し、イールドマネジメントの効果検証を行うことにより、提案方法の有効性を確認するとともに、割引商品の発売枠の増減が運輸収入に与える影響のメカニズムを定量的に評価できることを実証する。

## 2. A/B テストの実施・分析方法の提案

本章では、適切な A/B グループの振り分け単位を示し、その振り分け方法で効果検証を行えることの数学的な証明を与えた後に、A/B テストによる効果検証の具体的な実施手順を示す。

### 2.1 A/B グループの振り分け単位

適切な A/B グループの振り分け単位を決定するにあたっての要件は、非干渉性の仮定を満たすことであり、これは A/B グループ間での目的変数が互いに影響しあわずに独立であることが求められる。

本研究で対象とする区間での割引商品の発売枠設定の最小単位は列車単位であり、すなわち「A 月 B 日の列車 I 号の発売枠は 10」といったように枠設定を行うことができる。表 1 に、列車単位と日単位、それぞれの場合における A/B グループの振り分けをランダムに行ったイメージを示す。ここでは、A/B パターンの発売枠数をそれぞれ 10 枠/20 枠としている。

表 1 を基に、列車単位と日単位どちらでの A/B グループ振り分けが適切かを検討する。まず列車単位での A/B グループ振り分けがなされた状況下で、ある旅客が列車 3 号の割引商品を購入したかったけれども、既に発売枠に達していて購入できなかった状況を想定する。このとき、その旅客がとる行動として前後列車（1 号と 5 号）の割引商品を購入する列車転移が考えられ、需要が A/B グループ間で干渉してしまって

表1 列車単位（左）・日単位（右）でのA/B グループ振り分けイメージ

列車	A/B グループ (ランダム振り分け)	割引商品の発売枠	日付	A/B グループ (ランダム振り分け)	割引商品の発売枠
1号	B	20	10月12日	B	全列車一律20
3号	A	10	10月13日	A	全列車一律10
5号	B	20	10月14日	B	全列車一律20
7号	A	10	10月15日	A	全列車一律10
...	...	...	...	...	...

いるため、列車単位でのA/B グループ振り分けは、非干渉性の仮定を満たさない。次に、日単位でのA/B グループ振り分けがなされた状況下で、10月13日において、上記と同様な旅客が発生したと想定する。このとき、その旅客が一日の中で列車転移行動をとることは考えられるが、（後述する本研究が対象とする平常日において）旅行日自体を前後に変更する行動は少ないと想定されるため、日単位でのA/B グループ振り分けは非干渉性の仮定を満たすと考えられる。

以上から、イールドマネジメント効果検証のためのA/B テストの適切なA/B グループ振り分け単位は日単位であると結論付ける。

## 2.2 A/B テストの有効性の数学的証明

ある日にち  $d$ において、グループAと比較したグループBの介入効果（Treatment effect） $\tau_d$ を式(1)、複数のサンプル日に対する平均介入効果（Average treatment effect） $\tau^{ATE}$ を式(2)のとおり定義する。なお、介入効果の用語は、介入グループ（Treatment group）と比較グループ（Control group）への振り分けを前提とした用語であるが、一般的であるため本稿でも用いる。

$$\tau_d \equiv Y_d^B - Y_d^A \quad (1)$$

$$\tau^{ATE} \equiv E[Y_d^B - Y_d^A] \quad (2)$$

$Y_d^G$ は、日にち  $d$ 、グループ  $G \in \{A, B\}$ における需要や運輸収入等のKPIを表す。ここで、ある日にち  $d$ はグループAまたはグループBのどちらかにだけ属するため、 $Y_d^A$ と  $Y_d^B$ の両方を実データとして観測することはできない「因果推論の根本問題」がある。したがって特定の日ごとの介入効果  $\tau_d$ を計測することは現実社会において不可能である。期待値で表されている  $\tau^{ATE}$ は本研究で求めるイールドマネジメントによる効果そのものである。しかしランダム化をせずに、分析者がグループAとグループBを自由に振り分けないと、必ずしも  $\tau^{ATE}$ は得られないことを示す。分析者が自由に振り分けた状況下でグループAに属する日にちを  $G_d = A$ 、グループBに属する日にちを  $G_d = B$ と示す。するとグループAの結果の期待値と、グループBの結果の期待値の差  $\tau^G$ は式(3)のとおり表せる。

$$\begin{aligned} \tau^G &\equiv E[Y_d^B | G_d = B] - E[Y_d^A | G_d = A] \\ &= E[Y_d^B | G_d = B] - E[Y_d^A | G_d = A] + E[Y_d^A | G_d = B] - E[Y_d^A | G_d = B] \\ &= E[Y_d^B - Y_d^A | G_d = B] + E[Y_d^A | G_d = B] - E[Y_d^A | G_d = A] \end{aligned} \quad (3)$$

式(3)の最後の式の第2項と第3項(太字部分)は自己選択バイアス(Self-selection bias)と呼ばれる。自己選択バ

イアスは、グループ B に属する日にちがグループ A に振り分けられた場合の KPI の期待値と、グループ A に属する日にちがグループ A に振り分けられた場合の KPI の期待値の差分を示す。この値は必ずしも 0 になるわけではないため、その意味で  $\tau^G$  にはバイアスがかかっているといえる。またこの値はデータ観測数が増えてゼロに収束する訳ではないことに注意が必要である。

式(3)の第 1 項  $E[Y_d^B | G_d = B]$  は、グループ B に属する日にちの平均介入効果(ATET; Average Treatment Effect on the Treated) であり、この値を  $\tau^{ATE}$  と示す。 $\tau^G$  が  $\tau^{ATE}$  と等しくなるための条件は、自己選択バイアスが 0、すなわち  $E[Y_d^A | G_d = B] = E[Y_d^A | G_d = A]$  となることである。ここでグループ分けがランダムに行われた場合、 $G_d$  の割り付けがランダムであり、 $G_d$  で条件付けることは期待値計算に対して何ら追加的な情報をもたらさないことを意味するため、 $G_d$  により条件付けられた条件付き期待値は、条件付きでない通常の期待値と等しくなる。そのため式(4)が成立し、式(3)と式(4)を組み合わせることで式(5)が成立するため、ランダム化により  $\tau^G$  と  $\tau^{ATE}$  は一致する。

$$\begin{aligned} E[Y_d^B | G_d = B] &= E[Y_d^B | G_d = A] = E[Y_d^B] \\ E[Y_d^A | G_d = B] &= E[Y_d^A | G_d = A] = E[Y_d^A] \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \tau^G &\equiv E[Y_d^B | G_d = B] - E[Y_d^A | G_d = A] \\ &= E[Y_d^B - Y_d^A | G_d = B] + E[Y_d^A | G_d = B] - E[Y_d^A | G_d = A] \\ &= E[Y_d^B - Y_d^A | G_d = B] \\ &= E[Y_d^B - Y_d^A] \\ &\equiv \tau^{ATE} \end{aligned} \quad (5)$$

### 2.3 A/B テストによるイールドマネジメント効果検証の実施手順

図 1 に、1 章での例のように通常商品と割引商品の 2 種類のみの商品があり、2.1 節での例のように発売枠設定の A/B パターンがそれぞれ全列車一律 10 枠/20 枠という想定での、A/B テストによる効果検証のイメージを示す。

図 1 中では、一日平均需要を目的変数として、通常商品では B グループの値から A グループの値を差引いた値（以下、「B-A 差分」と記述する）が -45 であることから、A パターンから B パターンに発売枠を拡大することで、45 人がダウンセルしたことを示す。一方、割引商品では B-A 差分の値が 60 で、先のダ

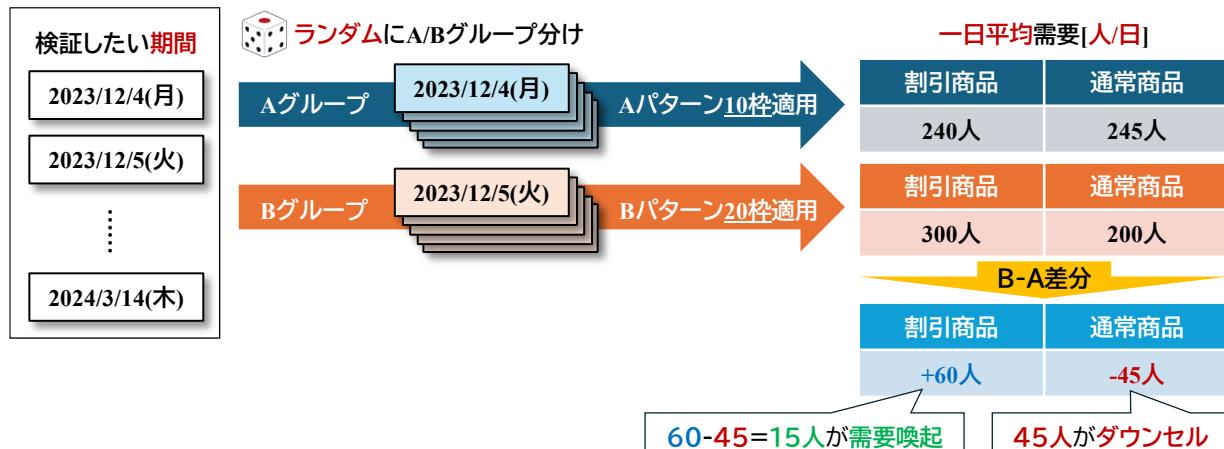


図 1 A/B テストによるイールドマネジメント効果検証のイメージ

ウンセル分 45 を差し引いた値が 15 であることから、発売枠を拡大することで、15 人の需要喚起ができたことを示している。なお、ここでの運輸収入の増減は、45 人のダウンセルによる減収分と、15 人の需要喚起による増収分の大小関係による。

A/B テストによるイールドマネジメントの効果検証の実施手順の概要を示す。まず、実営業路線の特性を踏まえて発売枠の A/B パターンを設定の上、検証期間を日単位で A/B グループ振り分けを行う（第 1 段階）。そして、実営業路線で A/B テストを実施した後に、A/B グループ振り分けが想定どおりランダムに行われたかどうかを確認する（第 2 段階）。ランダム化が無事に行われたことを確認できた後に、図 1 に示したような形で、日単位でのイールドマネジメントの効果検証を行う（第 3 段階）。最後に、時間帯単位でのイールドマネジメントの効果検証を行う（第 4 段階）。各段階の詳細は 3 章で記述する。

### 3. 実営業路線での A/B テストの実施と分析

本章では、A/B テスト実施の前提条件と要領を記述した後に、2.3 節で示した A/B テストによるイールドマネジメント効果検証の実施手順（第 1 段階から第 4 段階）に則り、実営業路線での A/B テストの分析結果を示す。1 章で既述のとおり、この分析を通じて、提案方法の有効性を確認するとともに、割引商品の発売枠の増減が運輸収入に与える影響のメカニズムを定量的に評価できることを実証する。

#### 3.1 A/B テスト実施の前提条件と要領

地方自治体法に基づく大都市の中心駅（X 駅）と中核市の中心駅（Y 駅）を、2 時間程度で直通する特急列車の X 駅と Y 駅の双方向 OD を、A/B テストの実施・検証対象とした。本特急列車は、年に一度のダイヤ改正時に定められたダイヤを基に運行するため、定期列車の運行本数や発着時刻、列車ごとの車両編成数や指定席・自由席車両の編成数、車両定員数等は、遅延や車両故障等の異常が発生しない限りは毎日同じである（一部列車で平休日等の編成差はあるが、本分析は曜日区分ごとに行うため分析単位内では同一となる）。以上から、一日の中では列車単位で多少の条件は異なるが、日単位での条件は同一であるため、非干渉性の仮定を満たす。なお本 OD ペアを移動する主な手段としては、特急列車の他に高速バスや自家用車が想定される。また本稿では、X 駅から Y 駅への流動を下り、Y 駅から X 駅の流動を上りと表現する。

本 OD ペアの旅行商品は、窓口や券売機で購入する①定価商品と、インターネットで購入する商品がある。さらにインターネットで購入する商品には、②通常商品と③割引商品がある。発売枠が設けられているのは割引商品のみであり、A/B テストでは割引商品の発売枠を制御する。割引商品の価格（本稿の価格は全て運賃と特急料金の合計額を指す）は通常商品の約 2 割引であるのに対し、定価商品の価格（指定席基準）は通常商品の約 2 倍である。そのため定価商品のみインターネット購入ではない上に、価格も乖離して高い。以上から、割引商品の発売枠を制御する本 A/B テストにより変動する需要は、通常商品と割引商品のみと想定し、定価商品の需要には着目しない。また割引商品は指定席のみであるが、通常商品には指定席と自由席がある。ただし、通常商品の指定席と自由席の価格は同一であるため、基本的に旅客は指定席を利用し、自由席は A/B テストの影響を大きくは受けないことが予想される。

A/B テストの対象期間は、2023 年 12 月 1 日（金）から 2024 年 6 月 30 日（日）である。期間中の 2024 年 3 月にダイヤ改正があったが、定期列車の運行本数は変わらず、発着時刻も概ね同等であった。

A/B テストの実施要領は後述するが、発売枠は A パターンでは相対的に小さく、B パターンでは相対的に大きく設定し、以下、A パターンを基準に B パターンで発売枠を拡大したと捉えたときに、想定される結果を記述する。まず割引商品の発売枠が拡大されたことによって、指定席の通常商品の需要の一定数は、

割引商品にダウンセルすると想定される。一方、自由席の通常商品の需要は、指定席の通常商品と価格が変わらないにもかかわらず自由席を利用している層であるため、割引商品の発売枠が拡大されても特段変わらないか、もしくは一部の少ない割合が割引商品にダウンセルすると考えられる。また割引商品の発売枠が拡大されたことによって、割引商品の需要が喚起されれば、全体の需要は増加し、特段喚起されなければ、全体の需要は変動しないと想定される。ここで運輸収入がどのように増減するかは、ダウンセルによる減収分と割引商品の需要喚起による增收分のバランスによる。したがって、結果的に B パターンの運輸収入が大きければ、割引商品の発売枠の拡大によって需要の喚起が起きたと解釈でき、A パターンの運輸収入が大きければ、割引商品の発売枠の縮小によって過度な安売りを防いだと解釈することができる。以上を踏まえて、表 2 に、A/B テストの結果で想定される正負の符号を示す。

表 2 A/B テストで想定される結果の正負

割引商品の発売枠		需要の差分 (B-A)				運輸収入の差分 (B-A)	
A	B	割引商品	指定席の通常商品	自由席の通常商品	全体	全体	
小	大	+	-	0 or -	+ or 0	+ or 0 or -	

A/B テスト実施前まで鉄道事業者は、需要の特性に応じて、各日にちを平日（月曜から木曜の非休日）、休日前（主に金曜）、土曜、日曜、中型連休（主に三連休）、最繁忙期（上記期間中では 2023 年 12 月 29 日～2024 年 1 月 4 日の年末年始と 2024 年 4 月 27 日～5 月 6 日の GW）に区分し、発売枠の設定数を決定してきた。本研究でもこの曜日区分に併せて A/B テストの検証を行う。ただし中型連休や最繁忙期は予め大きな需要が見込まれるため対象とはせず、A/B テストの検証対象は平日、休日前、土曜、日曜の 4 曜日区分とした。また X 駅周辺に大規模なイベントが開催できる施設があり、土曜・日曜を中心に人気アーティストによるコンサートなどの大規模なイベントが催されることがある。そのような日程は A/B グループ分けに関係なく、発売枠を A 設定とする運用を行っているため、A/B テストの検証対象から除外している。表 3 に、枠設定数と検証日数を A/B パターン別に示す。

本研究で使用するデータは、鉄道事業者が保持する発券実績データである。表 4 に、曜日区分・方向・商品別の記述統計を示す。表 4 から、最も多く日数を確保できた平日 106 日間と比較すると、土曜・日曜では大規模なイベントが催されやすい影響もあり、それぞれ 18 日間・19 日間と少なくなってしまったが、先行研究の 3 日間（三連休）と比較すると多く確保できていることが分かる。

表 3 A/B テストの条件と日数

曜日区分	一列車あたり発売枠数		検証日数	
	A	B	A	B
平日	10 <sup>※1</sup>	20	55	51
休日前	10 <sup>※1</sup>	20	15	16
土曜	20 <sup>※2</sup>	30	10	8
日曜	20 <sup>※2</sup>	30	11	8

※1: 一部臨時列車のみ 15

※2: 一部臨時列車のみ 30

表 4 記述統計

曜日区分	方向	需要[人/日]						対象日数	除外日数 <sup>*</sup>	
		割引商品		指定席の通常商品		自由席の通常商品		全体		
		平均値	SD	平均値	SD	平均値	SD	平均値	SD	
平日	下り	289.4	72.4	219.9	68.7	61.1	20.1	570.4	116.9	106
	上り	281.1	59.8	203.9	56.5	64.3	18.6	549.3	96.8	
休日前	下り	349.7	98.8	258.7	75.2	96.2	30.9	704.6	111.8	31
	上り	380.9	95.2	306.2	77.0	113.1	27.3	800.2	94.4	
土曜	下り	516.3	55.2	251.1	58.7	76.6	18.6	844.1	96.1	18
	上り	510.7	47.4	259.9	60.0	128.7	41.2	899.3	103.5	
日曜	下り	525.3	72.2	304.4	70.5	124.6	41.8	954.3	102.3	19
	上り	556.4	61.9	244.4	49.1	99.5	27.2	900.3	97.2	

※: 大規模イベントによる除外日数を示す。その他中型連休・最繁忙期であることによる除外日数は 22

### 3.2 ランダム化の確認

A/B グループ振り分けがランダムに行われたかの確認（第 2 段階）が必要な理由は、例えば大都市にある X 駅では分析者にとって把握が困難なイベント等による特需が発生する場合に、その特異日が A/B グ

ループいざれかに偏ると、発売枠制御によるイールドマネジメントの効果を抽出できなくなってしまうためである。そこで本研究では、適切にランダム化が行われたことを確認するために、A/B テスト実施期間中において、X 駅-Y 駅間の割引商品の発売枠制御の影響を受けない共変量の平均値が、A/B グループ間で統計的有意差が確認されないことを示す。

重要な共変量として、所要時間や運行本数等の運行体系が挙げられるが、運行体系が毎日同じであることは 3.1 節で既述したとおりである。その他の共変量の例として、暦配列、気温や天候等の気象条件、沿線地域でのイベント状況などが挙げられるが、膨大かつ多岐に渡るため、それら全てを網羅的に検証することは現実的には困難である。加えて、イベント状況に関しては、一企業の社員旅行などの個別の情報を完全に把握することは不可能といえる。これらの限界を補う共変量として、割引商品の発売枠制御を行っていない同一線区内の OD 需要がある。なぜなら、観測可能なものに加えて観測不可能なものを含めた要因による偏りが、X 駅-Y 駅間の需要に影響を与えた場合、同じ偏りが他の OD 需要にも表れると考えられるためである。

以上を踏まえ、本研究で適切にランダム化が行われたかを確認する共変量は、X 駅-Y 駅と同一路線内で、割引商品が存在しない OD の内、需要の大きい上位 3 OD ペア（合計 6 OD）における需要とした。それらを対象に、「グループ B の平均値からグループ A の平均値を差し引いた値（以下、B-A 差分）が 0 である」という帰無仮説の下、二標本 t 検定（両側検定）を行う。表 5 にその結果を示す。表 5 から、自由席の通常商品の土曜・日曜の一部 OD で、有意水準 10% の下で有意差が見られるが、それ以外の全ての商品・OD では、有意水準 10% の下でも有意差は確認されない。なお有意水準 5% の下では、全ての商品・OD で有意差が確認されない。したがって、A/B グループの振り分けがランダムに行われたかを確認する意味で、比較的良好な結果が得られたといえる。

表 5 ランダム化の確認の結果

曜日区分	OD	方向	需要[人/日]					
			指定席の通常商品			自由席の通常商品		
			A	B	B-A 差分	A	B	B-A 差分
平日	X駅-I駅	下り	115.9	110.0	-5.9	37.8	38.4	0.6
		上り	100.3	96.5	-3.8	42.2	44.0	1.8
	X駅-J駅	下り	70.3	69.9	-0.5	15.2	16.0	0.8
		上り	63.0	60.8	-2.3	17.3	18.2	0.8
	X駅-K駅	下り	64.0	66.4	2.4	18.6	17.5	-1.1
		上り	59.3	58.2	-1.1	18.2	18.6	0.5
休日前	X駅-I駅	下り	136.1	150.8	14.7	48.9	51.1	2.1
		上り	119.5	125.4	5.9	59.6	65.3	5.7
	X駅-J駅	下り	84.3	84.1	-0.3	18.4	21.7	3.3
		上り	82.0	77.3	-4.8	25.3	29.1	3.9
	X駅-K駅	下り	83.1	83.1	-0.1	22.6	21.8	-0.8
		上り	71.4	70.7	-0.7	26.4	26.2	-0.2
それぞれ有意水準 ***: 1%、**: 5%、*: 10% の下で有意であることを示す								

曜日区分	OD	方向	需要[人/日]					
			指定席の通常商品			自由席の通常商品		
			A	B	B-A 差分	A	B	B-A 差分
土曜	X駅-I駅	下り	200.7	195.9	-4.8	65.5	57.8	-7.8
		上り	149.4	145.0	-4.4	84.3	78.0	-6.3
	X駅-J駅	下り	90.3	79.0	-11.3	18.3	15.9	-2.4
		上り	78.4	77.8	-0.7	36.3	28.1	-8.2
	X駅-K駅	下り	92.5	93.9	1.4	19.2	17.3	-2.0
		上り	81.4	81.1	-0.3	33.6	27.0	-6.6
日曜	X駅-I駅	下り	169.3	153.4	-15.9	52.8	42.9	-9.9
		上り	139.5	131.0	-8.5	78.2	64.3	-13.9
	X駅-J駅	下り	78.5	76.0	-2.5	14.5	14.8	0.3
		上り	64.7	66.1	1.4	25.9	20.1	-5.8
	X駅-K駅	下り	79.6	76.9	-2.8	16.4	16.6	0.3
		上り	73.4	77.1	3.8	24.2	21.6	-2.6

### 3.3 A/B テスト：日単位

表 6 に、X 駅-Y 駅間の日単位の A/B テストの検証結果（第 3 段階）を示す。なお表 2 に示したとおり、運輸収入の B-A 差分は正と負の両方が想定される一方で、需要は区分によって正か負かいざれかに偏ると想定されるため、表 6 の二標本 t 検定は、運輸収入に対しては両側検定、需要は片側検定による結果を示す。

曜日区分によらない、全体的な傾向の解釈を行う。割引商品の B-A 差分では、ほぼ全ての区分で、有意水準 1% の下で有意に正の値で推定されており、指定席の通常商品の A/B グループの差分では、全ての区分で、有意水準 1% の下で有意に負の値で推定されている。この結果から、仮説どおり、発売枠を拡大する

ことによって、指定席の通常商品から割引商品へのダウンセルが起こったことが、統計的有意に確認された。自由席の通常商品の B-A 差分では、一部の例外を除いては、有意水準 10% の下であっても有意差は確認されないことから、割引商品の発売枠の制御は特段自由席の需要には影響を与えない仮説と整合的な結果が得られた。

表6 A/B テストの結果

曜日区分	方向	需要[人/日]									運輸収入[円/日]	
		割引商品			指定席の通常商品			自由席の通常商品			全体	全体
		A	B	B-A差分	A	B	B-A差分	A	B	B-A差分	B-A差分	B-A差分
平日	下り	249.6	332.3	82.7 ***	250.6	186.8	-63.9 ***	62.3	59.8	-2.5	16.3	+
	上り	243.7	321.5	77.8 ***	229.7	176.1	-53.6 ***	66.7	61.7	-4.9 *	19.3	+
休日前	下り	256.7	437.0	180.3 ***	310.9	209.8	-101.1 ***	90.4	101.6	11.2	90.4 **	+
	上り	287.7	468.3	180.6 ***	362.2	253.8	-108.5 ***	107.9	118.0	10.1	82.3 ***	+
土曜	下り	495.9	541.9	46.0 **	288.2	204.8	-83.5 ***	81.9	70.0	-11.9	-49.4	-
	上り	488.2	538.9	50.7 ***	302.5	206.6	-95.9 ***	140.4	114.1	-26.3	-71.5	- * *
日曜	下り	478.1	590.3	112.2 ***	347.7	244.8	-103.0 ***	127.5	120.6	-6.8	2.4	-
	上り	522.0	603.6	81.6 ***	270.5	208.5	-62.0 ***	97.1	102.9	5.8	25.4	+

それぞれ有意水準 \*\*\* : 1 %、\*\* : 5 %、\* : 10% の下で有意であることを示す。データ秘匿性の観点から運輸収入は値の正負のみを示す

曜日区分ごとの解釈を行う。まず平日および日曜では、全体需要の B-A 差分は、いずれにおいても正の値が得られており、この点だけに着目すると、割引商品の発売枠を拡大することによって、需要が喚起されたといえる。しかし、いずれにおいても有意水準 10% の下でも有意差は確認されなかった。次に休日前では、全体需要の B-A 差分が、有意水準 1 % と 5 % で有意差が正の値で観測されている。これは、割引商品の発売枠を拡大することによって、需要が喚起されたといえる。一方で運輸収入の B-A 差分は正の値で観測されつつも、有意水準 10% の下でも有意差が確認されなかった。最後に土曜では、全体需要と運輸収入の B-A 差分が、ともに負の値で観測された。割引商品の発売枠を拡大することによって、全体需要が減少する関係は想定されない。したがって、土曜では暦配列やイベント等の発売枠以外の要因によって、全体需要の B-A 差分が負の値という非現実的な結果となってしまったと考えられる。表4に記載したとおり、休日前・土曜・日曜は、平日と比較して需要が大きいにもかかわらず、検証日数が少ないため、平日と比較すると結果が不安定となることが懸念される。また需要には季節波動や月次波動があり、さらに同じ月の中でも月初と月末で傾向が違うことが想定される。しかし平日以外の曜日区分は、一ヶ月ごとにそれぞれ 4 日間程度しかないため、偶然需要が大きい日がグループ A に集中すれば、上記結果のような事象は発生し得る。

日単位の分析では、時間帯によって異なる需要の傾向を平均化してしまうため、例えば朝はダウンセルが多い一方で正午前後は需要喚起が上回るなどの傾向があったときに、本来は発生していた効果を捉えられない可能性がある。そこで次節では、より詳細な時間帯単位での分析を行うことで、一日の中での運輸収入の増減を検証する。

### 3.4 A/B テスト：時間帯単位

検証日数を最も多く確保でき、日単位の結果も安定している平日を対象とし、3.3 節よりも詳細な時間帯単位での A/B テストの検証を行う（第4段階）。ただし、このように A/B グループの振り分け単位（日にち）と分析単位（列車）が異なるときの有意差検定は、二標本  $t$  検定ではなく、クラスター頑健標準誤差に基づく必要があることが知られる（例えば<sup>6)7)</sup>。本研究では式(6)に示す回帰式のパラメータ推定に基づいて、クラスター頑健標準誤差に基づく有意差検定の結果を示す。

$$y_{i,d} = \beta_1 + \sum_{t=2}^T \beta_t S_t(i) + \tau_1 B(d) + \sum_{t=2}^T \tau_t S_t(i) \cdot B(d) + \varepsilon_{i,d} \quad (6)$$

ここで添え字  $i$  は列車,  $d$  は日にち,  $t$  は区分数  $T$  の時間帯の id (通し番号) を示す.  $y_{i,d}$  は日にち  $d$  の列車  $i$  の KPI,  $B(d)$  は日にち  $d$  がグループ B であるときに 1 を取るダミー変数,  $S_t(i)$  は列車  $i$  が時間帯  $t$  に属するときに 1 をとるダミー変数,  $\varepsilon_{i,d}$  は誤差項,  $\beta$  と  $\tau$  はパラメータである. 以上から時間帯  $t$  における A/B グループの KPI に統計的有意差があるかの検定は, 「 $\tau_t$  が 0 に等しい」を帰無仮説とした有意差検定である.

図 2 に, 時間帯を {9 時より前, 9 時台～10 時台, …, 19 時台～20 時台, 21 時以降} の 8 区分とした際の, A/B グループにおける需要の値, および運輸収入の B-A 差分の値と統計的有意差検定 (両側検定) の結果を示す. 平日・下りでは, 図 2(a) から 15 時台～16 時台, 17 時台～18 時台, 19 時台～20 時台の連続した 3 区分の時間帯で, 運輸収入の B-A 差分が, 有意水準 5%～10% で統計的有意に正の値が得られていることより, B パターンの枠設定が運輸収入増加の観点で推奨されることが分かる. また同時間帯の需要は, いずれも B パターンが A パターンよりも大きいことが分かる. したがって, この時間帯における運輸収入増加は, B パターンの枠設定とすることにより, ダウンセルによる旅客人単価の低下を上回る規模の需要喚起が生じていることに起因するといえる. 平日・上りでは, 図 2(b) から 9 時台～10 時台で運輸収入の B-A 差分が有意水準 10% で統計的有意に正の値が得られた一方, 13 時台～14 時台で運輸収入の B-A 差分が有意水準 10% で統計的有意に負の値が得られていることより, それぞれ B パターン, A パターンの枠設定が推奨されることが分かる. またそれら時間帯の需要は, 9 時台～10 時台では B パターンの方が大きい一方で, 13 時台～14 時台では A/B パターンが概ね同等であることが分かる. したがって, 9 時台～10 時台では, 平日・下りと同様に, 発売枠を拡大することにより, 旅客人単価の低下を上回る規模の需要喚起が見られた一方で, 13 時台～14 時台では発売枠を縮小することにより, ダウンセルを抑制できたことが分かる.

以上の分析から, 日にち単位では, 全体需要, 運輸収入ともに統計的有意差が見られなかった平日でも, 時間帯単位ではクラスター頑健標準誤差に基づく統計的有意差が見られることが分かった. これは一日一律の枠設定ではなく, 時間帯別や列車別に発売枠の設定数を変える施策が有効であることを示唆する結果である. 具体的には, 発売枠の拡大がダウンセルによる減収を上回る需要喚起をもたらし運輸収入が増加する時間帯がある一方, 発売枠の縮小がダウンセルを抑制し運輸収入が増加する時間帯があるなど, 異なるメカニズムが働いていることを示した. 以上から, 提案方法に則った実営業路線での A/B テスト実施を通じて, 割引商品の発売枠の増減が運輸収入に与える影響のメカニズムを定量的に確認できることを実証した.

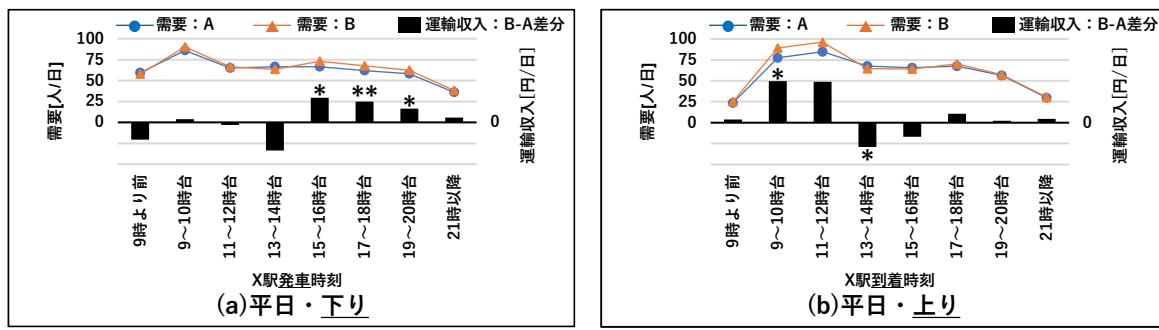


図 2 時間帯別の A/B テスト結果

## 4. おわりに

本研究では、割引商品の発売枠制御に着目し、A/B テストによるイールドマネジメントの効果検証方法を提案した。さらに、提案方法に則った実営業路線での A/B テストの実施と効果検証を通じて、提案方法の有効性を確認するとともに、割引商品の発売枠の増減が運輸収入に与える影響のメカニズムを定量的に評価できることを実証した。得られた結果の特徴として、時間帯によって適切な発売枠の設定戦略が異なることを実証した点にある。具体的には、発売枠の拡大が旅客単価の低下を上回る需要喚起を通じて増収をもたらす時間帯と、逆に発売枠の縮小がダウンセルの抑制を通じて増収をもたらす時間帯が存在することを示した。この結果は、鉄道事業者が時間帯別のイールドマネジメント戦略を策定する上で重要な意思決定支援情報となり得る。

今後の課題として、平日と比較して十分な検証日数の確保が困難な土曜・日曜で、より頑健な結果が得られる補正方法を開発することが挙げられる。なお本研究の限界として、A/B テストにより高い内的妥当性を確保できている反面、実験を行っていない期間や場所に結果を援用できるかの外的妥当性の検証ができない点が挙げられる。この点は、A/B テストの実施を継続し、また他の線区にも拡張、分析を更新していく必要がある。

以上のような課題を残しつつも、交通経済学のイールドマネジメントにおいて未解明であった割引商品の発売枠の制御が需要と運輸収入に与えるインパクトを実証した点で、本研究には学術的な寄与がある。また本研究は日本の鉄道に A/B テストを実施した初の公表事例であり、適切な A/B テストを行うための A/B グループの振り分け方法や、A/B グループの振り分け単位（日単位）と分析単位（列車）が異なるときの分析方法を示した点で実務的な寄与もある。本稿が、今後の鉄道等の交通分野での A/B テストの実施マニュアルとしての役割を担うことを期待する。

本稿は、『交通学研究』で発表した内容<sup>8)</sup>を基に、実務的含意を詳説したものである。

## 謝 辞

A/B テストの実施と本稿の完成は、鉄道事業者の多大なるご協力があって実現した。厚く御礼申し上げる。

## 文 献

- 1) McGill, J. I., and Van Ryzin, G. J., "Revenue management: Research overview and prospects", *Transportation science*, Vol. 33, No. 2, pp. 233-256, 1999.
- 2) 佐藤公俊, 沢木勝茂 : レベニューマネジメント: 収益管理の基礎からダイナミックプライシングまで, 共立出版, 2020
- 3) NAKAGAWA, S., SUZUKI, T., MATSUMOTO, R., FUKASAWA, N., and OZAKI, N., "Yield Management Method Focused on Discount Ticket Sales Quota", *Quarterly Report of RTRI*, Vol. 61, No. 4, pp. 261-266, 2020.
- 4) 中川伸吾, 鈴木崇正, 松本涼佑, 深澤紀子, 尾崎尚也 : 割引商品の発売上限数に着目したイールドマネジメント手法, 鉄道総研報告, Vol. 34, No. 2, pp. 11-16, 2020
- 5) 内閣府 政策統括官 経済社会システム担当 : 海外における E-BPM の事例とエビデンス集作成について, 2020
- 6) Kohavi, Ron, Diane Tang, and Ya Xu. "Trustworthy Online Controlled Experiments: A Practical Guide to A/B Testing", Cambridge University Press, 2020. (大杉直也訳: A/B テスト実践ガイド: 真のデータドリブンへ至る信用できる実験とは, ドワンゴ, 2021)
- 7) 川口康平, 澤田真行 : 因果推論の計量経済学, 日本評論社, 2024
- 8) 松本涼佑 : 鉄道の割引商品の発売枠制御によるイールドマネジメントの効果検証: A/B テストに基づいて, 交通学研究, No. 6, pp. 33-40, 2025



## 鉄道総研報告 監修スタッフ

### ■監修責任者

芦谷公穎

### ■編集責任者

小島謙一

### ■企画・監修

川崎邦弘	上半文昭	石毛 真	武内陽子
仁平達也	瀧上唯夫	田所敏弥	根津一嘉
桃谷尚嗣	布川 修	福田光芳	平井 力
松井元英	池田 学	宇田東樹	遠藤広晴
富田 優	豊岡亮洋		

## 鉄道総研報告 第40巻 第2号

2026年2月1日 発行

監修・発行所：公益財団法人 鉄道総合技術研究所

〒185-8540 東京都国分寺市光町2-8-38

©2026 Railway Technical Research Institute

本誌に関するお問い合わせ先

総務部広報 電話 042-573-7219

# RTRI REPORT

Vol. 40 No. 2

Feb. 2026

## PAPERS

- Pressure Tightness Model for Freight Containers Passing in Tunnel ..... S.SAITO (1)
- A Method to Estimate Newly Fallen Snow Density Based on Disdrometer Data ..... K.TAKAMI (12)
- Proposal of Modeling Method for Segment Joints Using Element Experiments for Shield Tunnel and  
Its Application to Structural Analysis ..... K.KINOSHITA, T.TUSHIDA, K.YASHIRO, A.HOSODA (19)
- A Method for Estimating Bridge Deflection of Multi-bridge Section Based on Track Geometries  
Measured by 2- Bogie Track Inspection Vehicle ..... K.HATTORI, K.MATSUOKA, H.TANAKA (31)
- Automatic Crew Scheduling Algorithm After a Large-scale Natural Disaster ..... S.KATO, J.IMAIZUMI, T.NAKAHIGASHI (42)
- Evaluation of Yield Management with Randomized Controlled Trial (A/B Testing) ..... R.MATSUMOTO (52)



RAILWAY TECHNICAL RESEARCH INSTITUTE